

APRENDIZAGEM DO CONCEITO TEÓRICO DE EQUAÇÃO DO PRIMEIRO GRAU POR ESTUDANTES DO SÉTIMO ANO

LEARNING THE THEORETICAL CONCEPT OF THE FIRST-DEGREE EQUATION BY STUDENTS OF THE SEVENTH YEAR

APRENDIZAJE DEL CONCEPTO TEÓRICO DE LA ECUACIÓN DE PRIMER GRADO EN ESTUDIANTES DEL SÉPTIMO AÑO

Josélia Euzébio da Rosa 

Gislaine Tricheis Nazario Gomes 

Universidade do Sul de Santa Catarina, Tubarão, Brasil

Recebido: 05/04/2023 – Aprovado: 14/08/2023 – Publicado: 18/10/2023

Envie qualquer dúvida sobre esta obra a: Josélia Euzébio da Rosa.

E-mail: joselia.euzebio@yahoo.com.br

RESUMO

O objetivo desta pesquisa foi investigar indícios de aprendizagem do conceito de equação do primeiro grau, em nível teórico, nas manifestações de estudantes do sétimo ano do Ensino Fundamental no Brasil, ao desenvolverem uma Tarefa de Estudo. O experimento didático envolveu vinte e um estudantes matriculados no sétimo ano de uma escola pertencente a uma rede pública de ensino do sul do estado de Santa Catarina, ao longo de doze aulas distribuídas nos meses de outubro e novembro de 2022. Portanto, o meio de apreensão dos dados consiste em uma Tarefa de Estudo composta por quatro ações de estudo, conforme seguem: 1) revelação da relação essencial do conceito de equação (relação todo - partes) nas formas objetual e gráfica; 2) modelação da relação entre o todo e duas de suas partes na forma literal; 3) transformação do modelo geral da relação essencial em equações particulares para o estudo da interconexão de seus elementos; e 4) concretização de procedimentos de solução de equação enquanto síntese das múltiplas determinações estudadas nas ações anteriores. Para a análise foram selecionados episódios de manifestações orais, gestuais e/ou escritas. Constatamos indícios de aprendizagem do conceito de equação do primeiro grau em nível teórico.

Palavras-chave: Educação Matemática; Teoria do Ensino Desenvolvimental; Atividade Orientadora de Ensino; Situação Desencadeadora de Aprendizagem; Equação do Primeiro Grau.

ABSTRACT

This research aimed at investigating signs of learning the first-degree equation concept at theoretical level in students' manifestations in Elementary School seventh grade in Brazil, when they developed a Study Task. Didactic experiment encompassed Twenty-one students enrolled in the seventh grade in a public school belonged to the public-school network of the Southern Santa Catarina, over twelve classes distributed in the months of October and November 2022. Therefore, apprehending data means consists of a Study Task composed by four study actions, as follows: 1) revealing equation concept essential relationship (whole-parts relationship) in object and graphic forms; 2) modeling the relationship between the whole and two of its parts in literal form; 3) transformation the essential relationship general model into particular equations for the study of the interconnection of its elements; and 4) implementation of equation solution procedures as a synthesis of the multiple determinations studied in previous actions. For analysis, episodes of oral, gestural and/or written manifestations selected were that which. We found evidence of learning the concept of first-degree equation at a theoretical level.

Keywords: Mathematics Education; Developmental Teaching Theory; Teaching Guidance Activity; Learning Triggering Situation; First-degree Equation.

RESUMEN

Esta investigación examina evidencias del aprendizaje del concepto de ecuación de primer grado en estudiantes del séptimo grado de la Enseñanza Fundamental en Brasil, cuando desarrollaron una Tarea de Estudio. El experimento didáctico abarcó veintiún estudiantes de séptimo grado de una escuela perteneciente a la red pública de enseñanza del sur del Estado de Santa Catarina, a lo largo de doce clases distribuidas entre los meses de octubre y noviembre de 2022. El medio de recolección de los datos fue una Tarea de Estudio formada por cuatro acciones de estudio, conforme siguen: 1) revelación de la relación esencial del concepto de ecuación (relación todo - partes) en las formas objetual y gráfica; 2) modelación de la relación entre el todo y dos de sus partes en la forma literal; 3) transformación del modelo general de la relación esencial en ecuaciones particulares para el estudio de la interconexión de sus elementos; y 4) concretización de procedimientos de solución de ecuación en tanto síntesis de las múltiples determinaciones estudiadas en las acciones anteriores. Para el análisis, fueron seleccionados episodios de manifestaciones orales, gestuales y/o escritas. Encontramos evidencia de aprendizaje del concepto de ecuación de primer grado a nivel teórico.

Palabras clave: Educación Matemática; Teoría de la Enseñanza Desarrolladora; Actividad Orientadora de Enseñanza; Situación Desencadenante de Aprendizaje; Ecuación de Primer Grado.

INTRODUÇÃO

A tarefa da instrução pública, em consonância com os avanços da revolução técnico-científica, supõe, não o rotineiro refinamento do conteúdo e das metodologias de ensino, mas a substituição de métodos vigentes de estruturação de disciplinas por outros princípios didáticos e desenvolvimento do material de estudo. Até agora, esses procedimentos foram orientados, sobretudo, para formar o pensamento empírico-discursivo dos escolares. Os novos princípios devem ser tais que sua aplicação leve a formar em todos os alunos as bases do pensamento teórico-científico. A elaboração de tais princípios é um problema global de todos os ramos da psicologia e da pedagogia. (Davydov, 1982, p. 371)

O presente artigo resultou de uma investigação desenvolvida no contexto de um coletivo mais amplo de pesquisa, cuja finalidade consiste em refletir sobre os limites do modo de organização do ensino empírico e suas possibilidades de superação com base em dois dos desdobramentos da Teoria Histórico-Cultural: Atividade Orientadora de Ensino e Teoria do Ensino Desenvolvimental (Braga & Rosa, 2022, Rosa & Albino, 2021; Rosa & Antunes, 2021; Rosa & Becker, 2021; Rosa & Fontes, 2022; Rosa *et al.*, 2021; Rosa & Marcelo, 2022; Rosa & Santos, 2020).

Na Educação Básica, é comum nos depararmos com o desenvolvimento matemático em nível empírico (Eriksson & Eriksson, 2021; Eriksson & Sumpter, 2021; Rosa & Fontes, 2022; Venkat *et al.*, 2021). No contexto do pensamento empírico, os conceitos matemáticos são abordados descontextualizados da própria Matemática, por meio de uma sequência linear e fragmentada, a partir da relação direta e superficial entre objetos e fenômenos com símbolos e operações tomadas como uma sequência de procedimentos a serem realizados sem compreensão do que gera tais procedimentos e com qual finalidade. O pensamento teórico, por sua vez, vai além da aparência e adentra a essência dos conceitos (Davidov, 1988).

Com vistas ao desenvolvimento do pensamento teórico de estudantes, um grupo de pesquisadores russos, tais como D. B. Elkonin e V. V. Davidov, entre outros, sistematizaram a Teoria do Ensino Desenvolvimental, e o professor brasileiro Manoel Oriosvaldo de Moura propôs a Atividade Orientadora de Ensino. A Atividade Orientadora de Ensino constitui um modo geral de organização do ensino. O conteúdo principal do ensino é o conhecimento teórico, portanto seu objeto é a constituição do pensamento teórico de estudantes no movimento de apropriação do conhecimento (abstração, generalização e conceito). A Atividade Orientadora de Ensino é uma unidade de formação do professor e do estudante, uma vez que o professor, ao organizar ações que objetivam o ensinar, requalifica seus conhecimentos (Moura *et al.*, 2016).

Como proposta teórico-metodológica, a Atividade Orientadora de Ensino deve conter, em sua estrutura, a síntese histórica do conceito, os recursos didáticos, a análise e a síntese coletiva durante a realização de situações desencadeadoras de aprendizagem (Moura, 1996).

A Situação Desencadeadora de Aprendizagem consiste em uma proposta organizada pelo professor que, a partir de seus objetivos de ensino, conduz o movimento conceitual, a ser apropriado pelos estudantes, por meio de um problema de aprendizagem (Moura *et al.*, 2016). A Atividade Orientadora de Ensino, sistematizada no contexto brasileiro, comunga com a tarefa da escola contemporânea assumida pelos precursores da Teoria do Ensino Desenvolvimental.

[...] a tarefa da escola contemporânea não consiste em dar às crianças uma soma de fatos conhecidos, mas em ensiná-las a orientar-se independentemente na informação científica e em qualquer outra. Isto significa que a escola deve ensinar os alunos a pensar, quer dizer, desenvolver

ativamente neles os fundamentos do pensamento contemporâneo para o qual é necessário organizar um ensino que impulse o desenvolvimento. (Daviđov, 1988, p. 3)

Ao assumir como nossa a tarefa da escola proposta por Daviđov (1988), e conduzidos pelos pressupostos teóricos supracitados, questionamos: como organizar o ensino de Matemática com potencialidades para promover a aprendizagem de conceitos científicos e o desenvolvimento do pensamento teórico? No processo de busca por respostas ao questionamento anterior, assumimos como objeto de pesquisa o movimento do pensamento matemático, em nível teórico, por estudantes da educação básica.

O método que sustenta nossas ações de pesquisa, ensino e extensão é o materialista histórico-dialético. Uma das principais características deste método consiste na premissa de que o fenômeno investigado deve ser considerado em sua totalidade, na indissociabilidade entre teoria e prática.

A metodologia de pesquisa adotada foi o experimento didático (Daviđov, 1988). Tal metodologia está atrelada à compreensão de que é pelo ensino que se aprende, e ao aprender, desenvolve-se. Porém, não se trata de qualquer ensino, mas de um ensino organizado com base em conteúdos e métodos que possibilitem a promoção do desenvolvimento do pensamento teórico de professores e estudantes (crianças, adolescentes, jovens e adultos), a partir da apropriação de conhecimentos científicos.

Essa metodologia de pesquisa permite ao pesquisador investigar o movimento do pensamento dos estudantes no processo de ensino e aprendizagem. De acordo com Daviđov (1988), o experimento didático caracteriza-se pela intervenção ativa do pesquisador nos processos que ele investiga. Assim, difere essencialmente do experimento de constatação, que destaca só o estado já formado e presente nos estudantes. Essa proposta de “investigação aparece como metodologia de educação e ensino experimentais que impulsionam o desenvolvimento” (Daviđov, 1988, p. 196). A realização do experimento didático pressupõe a projeção e modelação da relação essencial dos conceitos no processo de aprendizagem.

DA TOTALIDADE À ESPECIFICIDADE DA PRESENTE PESQUISA

A necessidade de superar práticas de organização do ensino que limitam a apropriação dos conhecimentos matemáticos em nível empírico (Venenciano *et al.*, 2021) é que deu origem à presente pesquisa, cuja finalidade consiste em projetar possibilidades de organização do ensino que potencialize a apropriação do conhecimento produzido historicamente pela humanidade em nível teórico. Para tanto, realizamos uma investigação experimental com estudantes cuja idade variava entre 11 e 12 anos. O experimento didático foi desenvolvido em caráter investigativo com estudantes do sétimo ano do Ensino Fundamental de uma Escola de Educação Básica localizada no município de Meleiro, estado de Santa Catarina, Brasil. Perseguimos como objetivo investigar indícios de aprendizagem do conceito de equação

do primeiro grau, em nível teórico, nas manifestações de estudantes do sétimo ano do Ensino Fundamental ao desenvolverem uma Tarefa de Estudo com base na Teoria Histórico-Cultural. Tarefas de estudo consistem em situações que requerem um modo generalizado de ação que se materializa na realização de ações de estudo.

Durante o experimento didático, os estudantes vivenciaram situações de comparações, análises e sínteses que desencadearam e conduziram as discussões voltadas à apropriação das bases do conceito científico de equação do primeiro grau em nível teórico. Os registros dos dados ocorreram por meios filmicos, fotográficos e escritos. Posteriormente, ocorreu a organização em episódios, cada qual correspondente às tarefas realizadas pelos estudantes, seguida da análise.

A amostra dos participantes da pesquisa é composta por 21 estudantes-colaboradores. O critério de inclusão foi: ser estudante matriculado(a) e frequentar regularmente o sétimo ano do Ensino Fundamental de uma Escola de Educação Básica Municipal, pertencente à região sul de Santa Catarina, Brasil.

Os nomes dos 21 estudantes do sétimo ano foram organizados em ordem alfabética e nomeados $A_1, A_2, A_4, \dots, A_{20}, A_{22}$, com exceção de A_3 e A_{21} , que não constam na lista de chamada por serem estudantes transferidos no início do ano letivo. Os estudantes A_2, A_{10} e A_{16} apresentam parecer descritivo da psicóloga da Secretaria da Educação como portadores de alto índice de dificuldades de aprendizagem. Frequentam a sala de atendimento e apoio especializado (AAE) e foram encaminhados pelos familiares e Secretaria da Saúde a tratamentos psiquiátricos, mas apenas A_2 e A_{10} obtiveram condições objetivas para fazer acompanhamento clínico psiquiátrico. Os estudantes A_5, A_6, A_7, A_{13} e A_{14} se encontram em condições de estruturas favoráveis, como o social, familiar e econômico, para a frequência escolar de forma regular. Os demais pertencem à classe social que convive com a falta de quase tudo, o que os desmotivava a estarem em uma sala de aula para apreender. Frequentam a escola motivados por uma refeição, para ter um tempo livre com os colegas, para conversarem ou por obrigação, pois o Conselho Escolar frequentava semanalmente seus lares.

Essa é a realidade da escola na qual a pesquisa foi desenvolvida. Estudantes que chegam com poucas condições objetivas e que precisam desenvolver seus pensamentos de modo que os mobilizem em busca da aprendizagem de novos conhecimentos em nível teórico. Foi com essa expectativa que, no dia 14 de outubro de 2022¹, iniciamos a pesquisa em sala de aula.

O EXPERIMENTO DIDÁTICO

No experimento didático nos propusemos como Tarefa de Estudo a introdução do conceito de equação a partir da grandeza volume. Para tanto, elaboramos uma Situação Desencadeadora de Aprendizagem (Moura *et al.*, 2010) inspirada no processo de produção de suco que era oferecido aos

¹ O experimento didático foi desenvolvido ao longo de dez aulas com 56 minutos cada entre os dias 14/10/2022 e 28/10/2022.

estudantes na merenda escolar. Antes de iniciarmos as reflexões em sala de aula, levamos os estudantes para conhecerem a vinícola e o modo de produção do suco que consumiram na merenda escolar. Depois, em sala de aula, ao longo do desenvolvimento da Situação Desencadeadora de Aprendizagem, percorremos quatro ações de estudo: (i) revelação dos elementos que compõem a relação essencial em estudo; (ii) modelação da relação essencial; (iii) transformação do modelo da relação essencial; e (iv) construção de um sistema de tarefas particulares (Davídov, 1988).

A primeira ação de estudo consiste na transformação dos dados da tarefa, com a finalidade de revelar a relação essencial do objeto estudado. Esta ação inicial é a principal. A transformação dos dados da Tarefa de Estudo, provocada pela Situação Desencadeadora de Aprendizagem, tem como finalidade revelar a relação essencial do conceito teórico.

Em consonância com a lógica dialética, nesta primeira ação se experimenta o aspecto real da relação essencial que atuará como base genética, como fonte do conceito teórico portanto.

De acordo com Davídov (1982, pp. 433-434), o “simbolismo literal, as correspondentes fórmulas literais e a interconexão delas, consolidativos das propriedades fundamentais das grandezas, são inteiramente acessíveis às crianças de sete anos”, mesmo antes de conhecer “as características numéricas dos objetos”. Por isso, o ensino deve “mostrar francamente às crianças a essência abstrata da matemática” para que elas possam fazer abstrações e “aproveitar sua força teórica” (Davídov, 1982, p. 157, tradução nossa). Como afirma Kosik (1976, p. 29):

Não é possível apropriar-se, e, portanto, tampouco compreender, a matemática e a realidade a que a matemática nos introduz, mediante uma intencionalidade não correspondente à realidade matemática, por exemplo, mediante a experiência religiosa ou a percepção artística. O homem vive em muitos mundos, mas cada mundo tem uma chave diferente, e o homem não pode passar de um mundo para o outro sem chave respectiva, isto é, sem mudar a intencionalidade e o correspondente modo de apropriação de realidade.

Então, a pergunta de cunho epistemológico que se apresenta é: qual seria a chave correspondente ao conceito de equação? Na proposta davidoviana, parte das relações entre grandezas e passa por sucessivas abstrações por meio de elementos geométricos e algébricos, com a inclusão das letras.

Esta proposição, de acordo com Davídov (1982, p. 434, tradução nossa), “apresenta elevadas exigências para o intelecto da criança. Mas com uma correta organização do ensino, as crianças são capazes de assimilar”. Consequentemente, surge nas crianças, desde muito cedo, “as premissas para formar a aptidão do raciocínio teórico. Isso constitui um vigoroso impulso para o desenvolvimento das energias intelectuais da criança e o aumento de sua capacidade para avaliar as relações abstratas dos objetos” (Davídov, 1982, p. 434, tradução nossa). Tal como ocorre na segunda ação de estudo, durante a modelação da relação essencial.

A segunda ação de estudo consiste na modelação da relação essencial nas formas objetal, gráfica e literal. Davíдов (1988, p. 182) destaca “que os modelos de estudo constituem uma conexão internamente imprescindível no processo de assimilação dos conhecimentos teóricos e dos procedimentos generalizados de ação”. Porém, nem toda representação consiste em um modelo de estudo, somente aquela representação que reflete a relação essencial do conceito em estudo no contexto de seu sistema conceitual.

Na especificidade do conceito de equação, na segunda ação de estudo os estudantes são orientados a buscar, encontrar e estudar as propriedades que caracterizam a relação de todo - partes no processo de modelação.

No modelo de estudo se representa a relação essencial, encontrada e abstraída no processo de transformação dos dados da tarefa, o conteúdo deste modelo fixa as características internas do objeto, não observáveis de maneira direta. O modelo de estudo, como produto da análise mental, pode ser depois um meio especial da atividade mental do homem. (Davíдов, 1988, p. 183)

A partir do modelo, em forma universal, é possível deduzir os casos particulares na terceira ação de estudo. Nesta ação, o trabalho com o “modelo aparece como o processo pelo qual se estudam as propriedades da abstração substancial da relação essencial” (Davíдов, 1988, p. 183). Ao transformar o modelo, os estudantes revelam o sistema conceitual no qual está inserido o conceito em estudo.

A orientação dos estudantes para a interconexão da relação interna, geradora de outros modelos a partir do modelo revelado na primeira ação, “serve de base para formar neles certo procedimento geral, destinado a resolver a Tarefa de Estudo e, assim, formar o conceito sobre a ‘célula’ inicial deste objeto” (Davíдов, 1988, p. 183). O núcleo da célula inicial consiste naquela conexão interna que possibilita deduzir outros modelos a partir da modelação realizada na segunda ação de estudo. Portanto, a célula inicial é composta por todos os modelos que podem ser deduzidos a partir da relação essencial.

Na primeira ação de estudo, o ponto de partida é o concreto real (relação entre grandezas). Pelo movimento de redução do concreto ao abstrato, por meio de sucessivas abstrações, chega-se, na segunda ação de estudo, ao modelo do procedimento geral na sua forma universal, na forma algébrica. Na terceira ação de estudo, inicia-se o procedimento de ascensão do abstrato ao concreto. Porém, o procedimento de concretização é concluído na quarta ação de estudo.

Na quarta ação de estudo, concretiza-se o procedimento geral, tanto para revelar a relação de multiplicidade e divisibilidade quanto para a resolução de tarefas particulares. Ocorrem, portanto, a elaboração e resolução de novas tarefas particulares, inclusive a resposta ao problema desencadeador.

Graças a esta ação, os escolares concretizam a tarefa de estudo inicial e a convertem na diversidade de tarefas particulares que podem ser resolvidas por um procedimento único (geral),

compreendido durante a realização das ações de estudo anteriores. O caráter eficaz deste procedimento se verifica justamente na solução de tarefas particulares; os estudantes as enfocam como variantes da tarefa de estudo inicial e, imediatamente, como se fosse ‘de golpe’, separam em cada uma a relação geral, orientando-se por aquela que podem aplicar o procedimento geral de solução apropriado. (Davidov, 1988, p. 183)

As ações anteriormente apresentadas, quando devidamente organizadas pelo professor, conduzem o pensamento dos estudantes no movimento orientado do geral ao particular, por meio do procedimento de redução do concreto ao abstrato e ascensão do abstrato ao concreto. Nele se reconstitui o movimento lógico-histórico não só da origem, também do desenvolvimento dos conceitos e seus respectivos sistemas conceituais, até atingir o estágio contemporâneo.

O fio condutor consiste no movimento de redução do concreto ao abstrato e ascensão do abstrato ao concreto em torno da essência do conceito, no contexto de seu sistema conceitual. Não se trata de uma sequência engessada de passos a serem seguidos, mas de um modo geral de organização do ensino. Não se trata de um movimento linear, mas dialético, marcado por avanços e retrocessos e que pode sofrer alterações no decorrer do desenvolvimento.

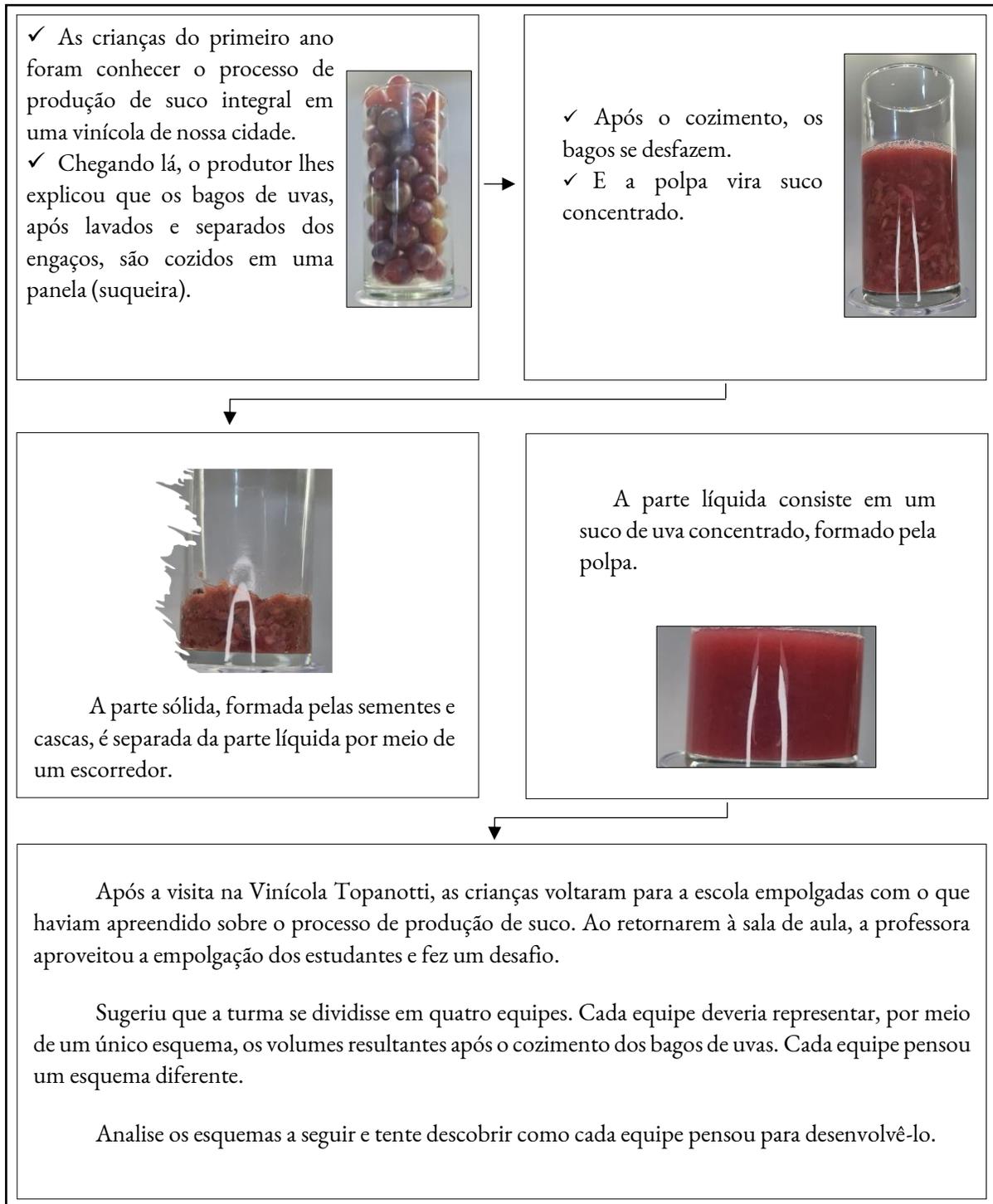
Cada ação de estudo foi desenvolvida por meio de um sistema de tarefas particulares, conforme segue:

PRIMEIRA AÇÃO: REVELAÇÃO DOS ELEMENTOS QUE COMPÕEM A RELAÇÃO ESSENCIAL

Na primeira ação revelamos os elementos que constituem a relação essencial em estudo. A busca por tal relação consiste no conteúdo da análise mental, o momento inicial do processo de formação do conceito. Ao mesmo tempo tem início na forma de transformação dos dados objetivos da Tarefa de Estudo. “Esta ação mental no começo se realiza de maneira objetual-sensorial” (Davidov, 2019, p. 224). A fim de desencadear a primeira ação de estudo propusemos a seguinte Situação Desencadeadora de Aprendizagem (Figura 1):

Figura 1

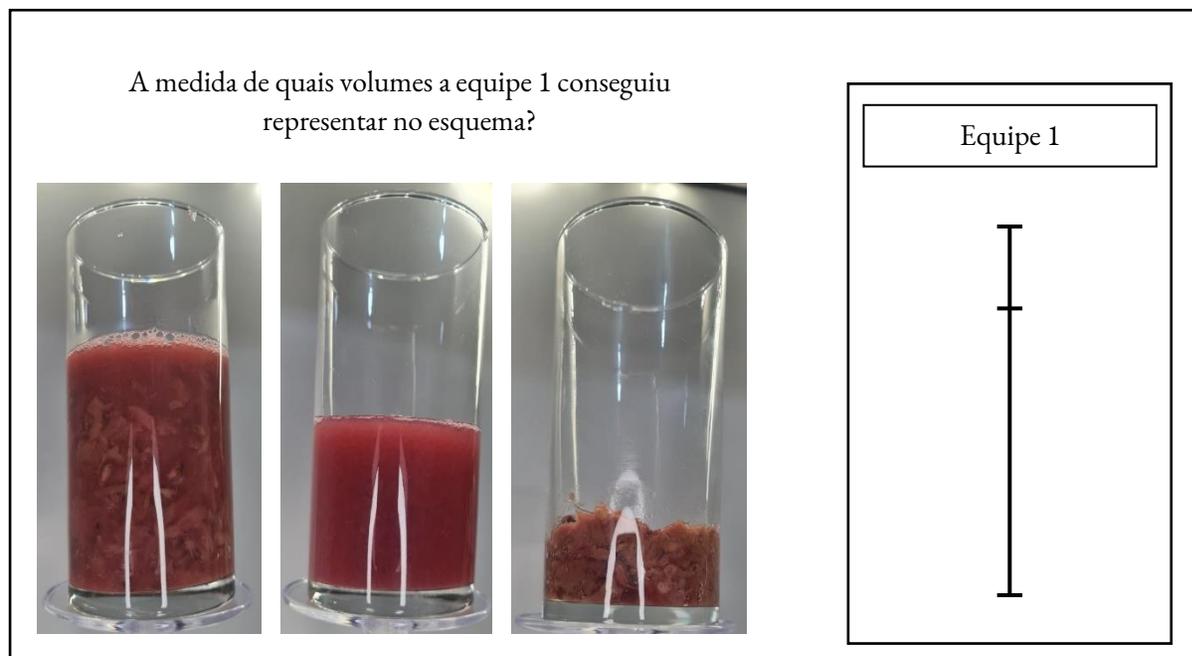
Suco de uva integral: da agricultura familiar à merenda escolar



Após a leitura coletiva da Situação Desencadeadora de Aprendizagem (Figura 1), propusemos algumas tarefas a serem desenvolvidas individualmente a fim de acompanharmos o desenvolvimento de cada estudante. Ao final do desenvolvimento de cada tarefa, realizávamos a discussão e a síntese coletiva. A primeira tarefa foi a seguinte (Figura 2):

Figura 2

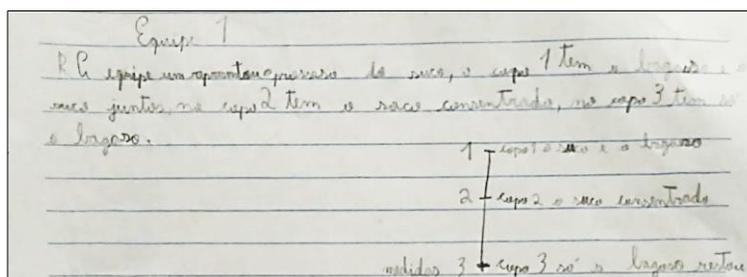
Tarefa 1 - Revelação dos elementos que constituem a relação essencial em estudo



Nessa primeira tarefa o foco da análise dos estudantes se voltou para aquilo que estava visualmente dado nos recipientes. Apenas focaram o que estava diretamente representado na forma objetal. A₄, por exemplo, escreveu: “O primeiro tem suco com a polpa, o segundo tem só suco e o terceiro tem só a polpa”. O mesmo ocorreu na representação gráfica (Figura 3):

Figura 3

Resposta de A18 à tarefa 1



Os estudantes identificaram os elementos da relação essencial no contexto do processo de produção de suco, mas não abstraíram a interconexão dos volumes envolvidos na representação gráfica. Poucos fizeram referência ao esquema e quando fizeram foi empiricamente, ao estabelecerem uma relação direta entre aquilo que estava visualmente dado nas representações. Não superaram os limites da aparência externa, não adentraram na essência, na relação interna que estava implícita na representação objetal, mas encarnada na representação gráfica. A fim de desencadear tal compreensão, demos continuidade com o processo² que culminou na quarta tarefa da primeira ação de estudo (Figura 4).

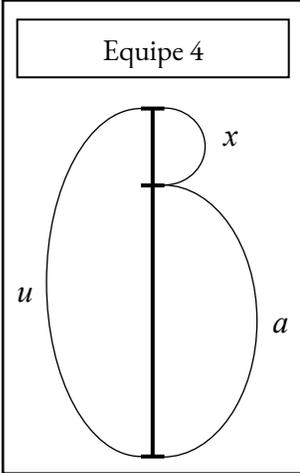
Figura 4

Tarefa 4 - Revelação da interconexão dos elementos que constituem a relação essencial

Como você acha que a equipe 4 pensou para fazer o registro abaixo do esquema?



Equipe 4



Se $a < u$ e $x < a$, então, $x < u$

Ao analisar o registro da imagem anterior, A₁₄ respondeu: “Eles juntaram todos os tipos. O x representa o terceiro copo, o a representa o segundo copo e o u representa o primeiro copo”. A₁₄ explicita que em um mesmo esquema estavam representados os três elementos da relação essencial em estudo: o todo e as partes. O todo estava representado no primeiro recipiente e suas partes, no segundo e terceiro recipiente. Com a revelação da relação essencial dos elementos que constituem a relação essencial adentramos na segunda ação de estudo.

SEGUNDA AÇÃO: MODELAÇÃO DA RELAÇÃO ESSENCIAL

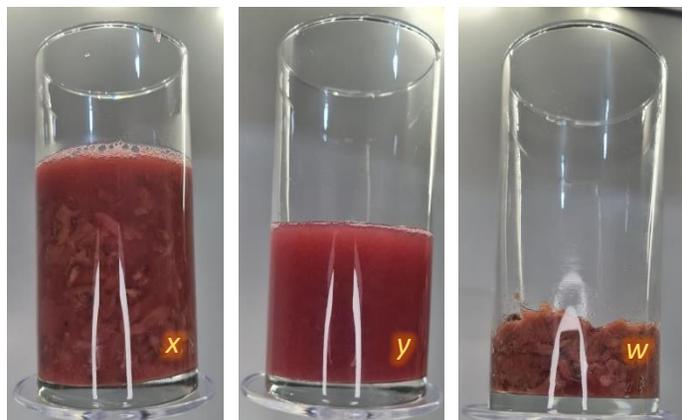
Após a revelação dos elementos e como estes se interconectam, demos início ao processo de modelação da relação essencial com a seguinte tarefa (Figura 5):

² A sequência completa de tarefas está disponível em Gomes (2022).

Figura 5

Tarefa 5 - Modelação da relação essencial em estudo

Ao analisar as respostas, a professora concluiu que as crianças foram além do que ela sugeriu. Por isso, resolveu ampliar o desafio. Solicitou que fizessem registros semelhantes ao que haviam feito, mas, matematicamente, só poderiam utilizar os sinais de adição (+), subtração (-) e igual (=).



Porém, desta vez as crianças não conseguiram.

Escreva uma carta ensinando às crianças diferentes formas de representação da relação entre os volumes, utilizando apenas os sinais de adição (+), subtração (-) e igual (=).

Nessa tarefa o foco da maioria dos estudantes foi para a operação da adição. A₁₃, por exemplo, escreveu: “Se x é maior que y e maior que w , então, juntando o $y + w = x$. Porque o x é o que tem o maior (suco e bagaço), y só o suco e w só o bagaço, então se juntar o y e w vai ser igual a x ”. Nessa segunda ação de estudo abstraiu-se a relação na qual o todo é igual à soma das partes. Porém, faltava dar movimento a tal afirmação, o que ocorreu por meio da transformação do modelo, na terceira ação de estudo.

TERCEIRA AÇÃO: TRANSFORMAÇÃO DO MODELO DA RELAÇÃO ESSENCIAL

A relação essencial, revelada na primeira e modelada na segunda, será transformada na terceira ação de estudo a partir das reflexões desencadeadas pela seguinte tarefa (Figura 6).

Figura 6

Tarefa 6 - Transformação do modelo da relação essencial

Durante o processo de produção do suco de uva, a parte líquida, ao ser separada da sólida, é encaminhada para o tanque de envase. A capacidade total do tanque é de w volume de suco correspondente ao da suqueira. Quando o produtor coloca y volume de suco produzido por aquela suqueira, ainda há espaço para mais x volume de suco.



Represente estes valores tanto no tanque de envase quanto no segmento de reta.



Escreva diferentes formas de representação dos volumes de suco da relação entre os valores w , y e x , utilizando apenas os sinais de adição (+), subtração (-) e igualdade (=).

Ao responder à tarefa (Figura 6), A_{14} escreveu: “Representação escrita: $x + y = w$, que é a mesma coisa que $w - x = y$ ”. A expressão “é a mesma coisa” (A_{14}) revela compreensão do movimento possibilitado pela conexão interna dos elementos que compõem a relação essencial no plano abstrato, mas no contexto de um exemplo concreto? Foi o que verificamos na quarta ação de estudo.

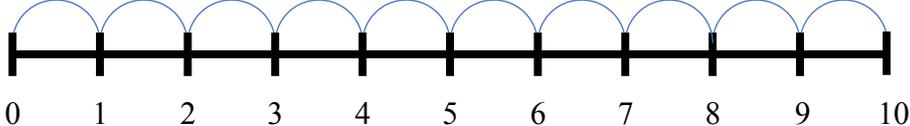
QUARTA AÇÃO: CONSTRUÇÃO DE UM SISTEMA DE TAREFAS PARTICULARES

Na quarta ação de estudo ocorreu a construção de um sistema de tarefas particulares que poderiam ser resolvidas pelo procedimento geral, revelado na primeira ação, modelado na segunda e transformado na terceira ação de estudo, desencadeado pela seguinte tarefa (Figura 7):

Figura 7

Tarefa 7 - Concretização da relação essencial

O produtor adquiriu um tanque de envase com capacidade para o volume de suco produzido por 10 suqueiras. Quando colocou no tanque o volume de suco correspondente à produção de 4 suqueiras, havia espaço para o volume de suco produzido por mais 6 suqueiras. Represente essas informações no tanque de envase e no esquema a seguir.

Transforme a história anterior em três problemas distintos. Em cada problema transforme um dos valores em valor desconhecido (10, 4 ou 6). Na sequência explique como interpretá-los por meio de esquemas e equações.

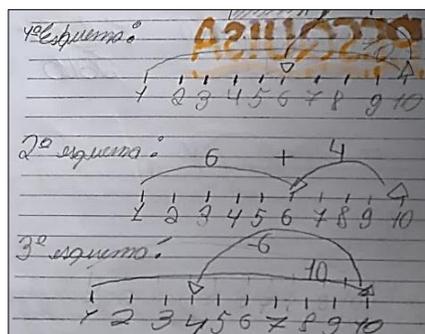
Nessa tarefa os estudantes foram além do exemplo em referência e trouxeram exemplos outros, tal como procedeu A₇:

- 1) José tem 10 balas. Ele dividiu algumas balas com os amigos e ficou com 4 balas. Quantas balas José dividiu com os amigos?
- 2) Maria ganhou de aniversário \$ 6,00 de seu pai e \$ 4,00 de sua mãe para comprar um presente. Então quantos reais Maria ganhou?
- 3) Eduardo tem \$ 10,00 reais e comprou um chocolate por \$ 6,00, com quantos reais ele ficou?

Para explicar o processo de resolução, A₇ fez o seguinte registro (Figura 8):

Figura 8

Concretização da relação essencial



A maioria dos estudantes expressou alguma compreensão sobre a relação essencial em estudo, no entanto houve equívocos sobre o conceito de número. Cinquenta por cento dos estudantes que utilizaram a reta numérica para explicar o procedimento de resolução iniciaram a partir do número *um* em vez do número *zero*. Isso aconteceu porque a apropriação prévia do conceito de número pelos estudantes ocorreu a partir da contagem de objetos soltos, da grandeza discreta como referência em detrimento da grandeza contínua. Neste momento constatamos que, em vez de iniciarmos as reflexões pela adição e subtração, deveríamos ter iniciado pelo conceito de número. Vale lembrar que se trata de estudantes do sétimo ano escolar, com idades entre 11 e 12 anos, o que indica a necessidade de repensarmos o modo de organização de ensino desde o primeiro ano escolar.

ALGUMAS CONSIDERAÇÕES

Ao organizamos o experimento didático, tomamos como ponto de partida objetos e fenômenos sensorialmente perceptíveis e de fácil acesso aos estudantes. A transformação da uva em suco foi base objetual para a introdução do conceito de equação. Tomamos o movimento real de produção do suco para adentrar, a partir da grandeza volume, na relação todo-partes. Em outras palavras, foi a partir de uma experiência concreta, vivenciada pelo produtor de suco, que foram reveladas as abstrações no movimento orientado do concreto ao abstrato ao longo do desenvolvimento das duas primeiras ações de estudo. Na terceira e na quarta ações, ocorreu a concretização das abstrações em situações particulares diferentes daquela que deu origem às reflexões, culminando, assim, no movimento de ascensão do abstrato ao concreto. Isso ocorre porque “o movimento do sensorial-concreto ao concreto através do abstrato no pensamento é a lei universal do desenvolvimento do conhecimento humano, a qual ocupa posição especial na dialética materialista” (Kopnin, 1978, p. 163). O concreto ponto de partida não foi tomado de forma estática, mas em movimento. Foi no processo de transformação da uva em suco que a essência do conceito de equação foi revelada.

O movimento do pensamento do sensorial-concreto até a abstração substancial e a separação do geral como essência e lei do desenvolvimento do sistema leva à formação do conceito. Este aparece agora como ponto inicial da reprodução teórica do concreto. Só no processo de ascensão ao concreto mental, e dentro dele, o conceito revela sua genuína importância teórica e seu conteúdo inicial, elaborando em si os dados da contemplação e representação, de todo o conjunto de referências fáticas sobre o objeto. Fora desse processo o conceito simplesmente se torna uma palavra que consolida qualquer representação geral, como soma de traços externos do objeto. (Daviđov, 1988, pp. 357-358)

A introdução do conceito teórico de equação de primeiro grau ocorreu no trânsito do geral ao particular. O geral (aqui tomado como a relação todo-partes) “determina o surgimento e a interconexão dos fenômenos, ou seja, a existência do valor concreto” (Davýdov, 1982, p. 347, tradução nossa). “O geral é uma relação específica de objetos reais que desempenha o papel de base genética do desenvolvimento de um certo sistema” (Davýdov, 1982, p. 162, tradução nossa). Ao iniciarem o estudo do conceito de equação, os estudantes analisam o processo de produção de suco e deste separam a relação geral inicial, além disso, constataram que esta relação se manifesta em relações particulares.

Ao fixarem por meio de signos na segunda ação a relação geral inicial separada na primeira, “os alunos constroem uma abstração substancial do objeto estudado. Continuando a análise do material, detectam a vinculação regular dessa relação inicial com suas diversas manifestações e assim obtém-se uma generalização substancial do objeto estudado” (Davýdov, 1982, p. 175). Os estudantes utilizam a abstração e a generalização substanciais para dedução, na terceira ação, de outras abstrações mais particulares.

Quando os escolares começam a utilizar a abstração e a generalização iniciais como meios para deduzir e unir outras abstrações, eles convertem as estruturas mentais iniciais em conceito que fixa certo ‘núcleo’ do objeto estudado. Este ‘núcleo’ serve, posteriormente, aos escolares como um princípio geral para orientar-se em toda a diversidade do material curricular factual que deve assimilar em uma forma conceitual. (Davýdov, 1982, p. 175, tradução nossa)

O núcleo, a conexão interna, no contexto das tarefas de estudo em análise, consiste na relação todo-partes. A essência do conceito teórico, de acordo com Davýdov (1988), é a conexão interna que, como fonte única, como base genética, determina todas as outras especificidades particulares reveladas na terceira e na quarta ações de estudo. Portanto, os estudantes do sétimo ano, ao desenvolverem a Tarefa de Estudo referente à introdução do conceito de equação a partir da grandeza volume, percorreram um microciclo de redução do concreto ao abstrato e ascensão do abstrato ao concreto em nível teórico.

Em síntese, o presente estudo contribuiu para reforçar a necessidade e apontar possibilidades de repensarmos a educação matemática brasileira, principalmente no que se refere ao desenvolvimento do pensamento teórico, por meio da aprendizagem de conceitos científicos a partir do movimento de redução do concreto ao abstrato e ascensão do abstrato ao concreto.

Além das reflexões referentes ao conceito de equação, consideramos, também, a história do agir humano em sociedade que produziu o problema e gerou a necessidade de elaboração do conceito de equação virtualmente reproduzida no processo de produção do suco de uva.

A Matemática não é uma ciência neutra. Uma das contribuições das Situações Desencadeadoras de Aprendizagem para a educação incide, também, no modo de produção da existência humana, ao longo do desenvolvimento sócio-histórico, que deu origem aos conceitos que fazem parte do currículo escolar. Os diferentes contextos históricos que deram origem e possibilitaram o desenvolvimento da

ciência matemática podem contribuir para a compreensão do processo de constituição da estrutura social contemporânea e, conseqüentemente, gerar reflexões em direção à sua superação.

ESCLARECIMENTOS

As autoras não têm conflito de interesses a declarar. O artigo foi financiado pelo Programa de bolsas do Estado de Santa Catarina, Brasil (Uniedu).

REFERÊNCIAS

- Braga, F. C., & Rosa, J. E. (2002). Prison education in Brazil: state-of-the-knowledge. *Revista Tempos e Espaços em Educação*, 15(34), e16703. <https://doi.org/10.20952/revtee.v15i34.16703>
- Davidov, V. V. (2019). Conteúdo e estrutura da atividade de estudo. Em P. A. Amorim, C. G. C. Cardoso, & R. V. Puentes (Eds.), *Teoria da Atividade de Estudo: contribuições de D. B. Elkonin, V. V. Davidov e V. V. Repkin - Livro 1* (pp. 215-233). EDUFU.
- Davídov, V. V. (1988). *La enseñanza escolar y el desarrollo psíquico: Investigación psicológica teórica y experimental*. Progreso.
- Davýdov, V. V. (1982). *Tipos de generalización en la enseñanza*. Editorial Pueblo y Educación.
- Eriksson, H., & Eriksson, I. (2021). Learning actions indicating algebraic thinking in multilingual classrooms. *Educational Studies in Mathematics*, 106, 363-378. <https://doi.org/10.1007/s10649-020-10007-y>
- Eriksson, H., & Sumpter, L. (2021). Algebraic and fractional thinking in collective mathematical reasoning. *Educational Studies in Mathematics*, 108, 473-491. <https://doi.org/10.1007/s10649-021-10044-1>
- Gomes, G. T. N. (2022). *Aprendizagem do conceito teórico de equação do primeiro grau por estudantes do sétimo ano do ensino fundamental* [dissertação de mestrado, Universidade do Sul de Santa Catarina]. Repositório Universitário da Ânima (RUNA). <https://repositorio.animaeducacao.com.br/handle/ANIMA/32359>
- Kopnin, P. V. (1978). *A dialética como lógica e teoria do conhecimento*. Civilização Brasileira.
- Kosik, K. (1976). *Dialética do concreto*. Paz e Terra.
- Moura, M. O. (Coord.). (1996). *Controle da variação de quantidades: Atividades de ensino*. FEUSP.

- Moura, M. O., Araujo, E. S., Souza, F. D., Panossian, M. L., & Moretti, V. D. (2016). A atividade orientadora de ensino como unidade entre ensino e aprendizagem. Em M. O. Moura (Ed.), *A atividade pedagógica na teoria histórico-cultural* (pp. 93-125). Autores Associados.
- Moura, M. O., Araújo, E. S., Moretti, V. D., Panossian, M. L., & Ribeiro, F. D. (2010). Atividade orientadora de ensino: Unidade entre ensino e aprendizagem. *Revista Diálogo Educacional*, 10(29) 205-229.
- Rosa, J. E., & Albino, W. A. (2021). Desenvolvimento do pensamento matemático, em nível teórico, mediado pelo conceito de fração, a partir da grandeza comprimento. *Revista Paranaense de Educação Matemática*, 10(21), 393-417. <https://doi.org/10.33871/22385800.2021.10.21.393-417>
- Rosa, J. E., & Antunes, I. C. (2021). Modelagem à luz da Teoria Histórico-Cultural. *Ensino da Matemática em Debate*, 8(1), 182-212. <https://doi.org/10.23925/2358-4122.2021v8i1p182-202>
- Rosa, J. E., & Becker, F. (2021). Desenvolvimento de uma situação desencadeadora de aprendizagem do conceito de ângulo por meio de quatro ações de estudo davidovianas em um contexto de formação inicial de professores. *Revista Obutchénie*, 5(2), 484-516. <https://doi.org/10.14393/OBv5n2.a2021-61411>
- Rosa, J. E., & Fontes, M. S. (2022). Modo de organização do ensino de matemática à luz da teoria do ensino desenvolvimental. *Revista Brasileira de Educação*, 27, 1-26. <https://doi.org/10.1590/S1413-24782022270047>
- Rosa, J. E., & Marcelo, F. S. (2022). Teoria do Ensino Desenvolvimental e Atividade Orientadora de Ensino na sistematização do sistema de numeração no contexto da formação inicial de professores. *Revista de Educação Matemática*, 19(1), 1-21. <https://doi.org/10.37001/remat25269062v19id610>
- Rosa, J. E., & Santos, M. D. (2020). Inclusão no Ensino Superior: Os desafios de acolher para transpor barreiras. *Perspectivas da Educação Matemática*, 13, 1-20. <https://doi.org/10.46312/pem.v13i33.10783>
- Rosa, J. E., Garcia, M. A. C. N., & Lunardi, M. S. (2021). O desenvolvimento de Situações Desencadeadoras de Aprendizagem por meio das ações de estudo propostas por Davidov: Uma articulação entre Atividade Orientadora de Ensino e Teoria do Ensino Desenvolvimental. *Revista Sergipana de Matemática e Educação Matemática*, 6(3), 79-99. <https://doi.org/10.34179/revsem.v6i3.14963>

Venenciano, L., Mellone, M., & Radford, L. (2021). An introduction to multiple perspectives on Davydov's approach in the XXI century. *Educational Studies in Mathematics*, 106, 323-326. <https://doi.org/10.1007/s10649-021-10040-5>

Venkat, H., Askew, M., & Morrison, S. (2021). Shape-shifting Davydov's ideas for early number learning in South Africa. *Educational Studies in Mathematics*, 106, 397-412. <https://doi.org/10.1007/s10649-020-09993-w>

Como citar este artigo:

Rosa, J. E., & Gomes, G. T. N. (2023). Aprendizagem do conceito teórico de equação do primeiro grau por estudantes do sétimo ano. *Revista Venezolana de Investigación en Educación Matemática (REVIEM)*, 3(3), e202316. <https://doi.org/10.54541/reviem.v3i3.76>



Copyright © 2023. Josélia Euzébio da Rosa, Gislaine Tricheis Nazario Gomes. Esta obra está protegida por una licencia [Creative Commons 4.0. International \(CC BY 4.0\)](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).

Usted es libre para Compartir —copiar y redistribuir el material en cualquier medio o formato— y Adaptar el documento —remezclar, transformar y crear a partir del material— para cualquier propósito, incluso para fines comerciales, siempre que cumpla la condición de:

Atribución: Usted debe dar crédito a la obra original de manera adecuada, proporcionar un enlace a la licencia, e indicar si se han realizado cambios. Puede hacerlo en cualquier forma razonable, pero no de forma tal que sugiera que tiene el apoyo del licenciante o lo recibe por el uso que hace de la obra.

[Resumen de licencia - Texto completo de la licencia](#)