

ANÁLISIS MULTIMODAL DE UNA ACTIVIDAD SOBRE PROBABILIDAD CON ESTUDIANTES DE PRIMARIA

MULTIMODAL ANALYSIS OF A PROBABILITY ACTIVITY WITH
PRIMARY SCHOOL STUDENTS

ANÁLISE MULTIMODAL DE UMA ATIVIDADE PROBABILÍSTICA COM
ALUNOS DO ENSINO FUNDAMENTAL

Liliana González 

Rodolfo Vergel 

Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Bogotá, Colombia

Recibido: 16/03/2023 – Aceptado: 05/07/2023 – Publicado: 29/07/2023

Remita cualquier duda sobre esta obra a: Liliana González

Correo electrónico: liligonc16@gmail.com

RESUMEN

Este artículo muestra el análisis de una actividad sobre probabilidad con estudiantes de tercer grado de educación primaria. Tomando como referencia los constructos teórico-metodológicos provenientes de la Teoría de la Objetivación, este estudio exploratorio –que hace parte de una investigación doctoral en curso– muestra, desde un análisis multimodal de la cognición humana, que las formas de acción y reflexión en relación con eventos no deterministas van apareciendo en la actividad matemática entre los estudiantes y el profesor, materializadas en palabras, gestos, movimiento corpóreo, entre otros medios semióticos de objetivación (MSO). De especial relevancia es el resultado según el cual a través de y con los MSO los estudiantes piensan y comunican tanto la comparación cualitativa de la posibilidad de ocurrencia de eventos como la variación de los resultados en que interviene el azar. Dicho resultado confirma que el saber probabilístico no es algo que se construye o que se posee, más bien el saber probabilístico es algo que ya está en la cultura y que, a través de la actividad con otros, los sujetos lo van encontrando (o no).

Palabras clave: Azar; Probabilidad; Actividad; Saber probabilístico; Medios semióticos de objetivación.

ABSTRACT

This article presents the analysis of an activity on probability with third grade primary school students. Based on theoretical and methodological constructs derived from the theory of objectification, this exploratory study, which is part of an ongoing doctoral research study, shows that the forms of action and reflection in relation to

non-deterministic events appear in the mathematical activity between students and teacher. These forms are materialised in words, gestures, bodily movements, among other semiotic means of objectification (MSO). The finding that students think and communicate both the qualitative comparison of the possibility of events occurring and the variation of results, in which chance intervenes, is of particular relevance. This result confirms that probabilistic knowledge is not something that is built or possessed, rather probabilistic knowledge is something that is already in the culture and that, through activity with others, the subjects either find it or not.

Keywords: Chance; Probability; Activity; Probabilistic knowledge; Semiotic means of objectification.

RESUMO

Este artigo mostra a análise de uma atividade sobre probabilidade com estudantes da terceira série do ensino fundamental. Tomando como referência as construções teórico-metodológicas da Teoria da Objectificação, este estudo exploratório - que faz parte de uma pesquisa de doutorado em andamento - mostra, a partir de uma análise multimodal da cognição humana, que as formas de ação e reflexão em relação a eventos não determinísticos aparecem na atividade matemática entre alunos e professor materializada em palavras, gestos, movimento corporal, entre outros meios semióticos de objetivação (SMO). De particular relevância é o resultado que através e com o MSO os alunos pensam e comunicam tanto a comparação qualitativa da possibilidade de ocorrência de eventos quanto a variação dos resultados nos quais o acaso intervém. Esse resultado confirma que o saber probabilístico não é algo que se constrói ou se possui, mas o saber probabilístico é algo que já está na cultura e que, por meio da atividade com os outros, os sujeitos vão (ou não) descobrindo.

Palavras-chave: Chance; Probabilidade; Atividade; Saber probabilístico; Meios semióticos de objetivação.

INTRODUCCIÓN

Las situaciones impredecibles que son regidas o no por el azar muestran la concurrencia de la certeza y la incertidumbre en la experiencia cotidiana de los sujetos. La presencia del azar en diferentes ámbitos parece evidenciar la importancia de “preparar a los futuros ciudadanos para [...] comprender las situaciones aleatorias y tomar decisiones” (Batanero, 2016, p. 850).

Es así como investigaciones en el campo han reconocido la necesidad de incorporar en los currículos escolares la enseñanza de aspectos relacionados con el azar y la probabilidad (por ejemplo, ver Ahlgren & Gardfield, 1991; Gal, 2005; NCTM, 2000, 2015). Particularmente, en el ámbito colombiano, los documentos oficiales (MEN, 1998, 2006), sugieren abordar situaciones no deterministas desde los primeros grados de educación básica primaria. En estos documentos, se espera que los estudiantes desde temprana edad entren en contacto y se familiaricen con este tipo de situaciones en donde la experimentación cobra relevancia (Alsina, 2017; Alsina & Vásquez, 2016, 2022; Batanero, 2013, 2016).

A este respecto, dicha experimentación puede darse dentro de un marco lúdico como, por ejemplo, aquel entregado por los juegos que involucran experimentación mediante la manipulación de generadores aleatorios (dados, monedas, etc.). De esta manera, este tipo de juegos aparece como un escenario potencial para el acercamiento de los niños a las nociones probabilísticas en la escuela. Sin embargo, al considerar que “en los entornos educativos no solo se producen conocimientos sino también subjetividades”

(Radford, 2018, p. 75), se plantea considerar en el aula de clase no solo el saber probabilístico sino también las subjetividades que concurren en ella a través de la actividad matemática emergente.

Así pues, este artículo documenta el análisis multimodal de una actividad sobre probabilidad con estudiantes de tercer grado de educación primaria, a través de las herramientas analíticas de la teoría de la objetivación. El análisis precisa que las formas de acción y reflexión en relación con eventos no deterministas emergen en la actividad matemática entre los estudiantes y el profesor materializadas en palabras, gestos, movimiento corpóreo y otros medios semióticos de objetivación (MSO) que son activados cuando estos individuos se involucran en tareas sobre comparación de probabilidades.

MARCO TEÓRICO

La Teoría de la Objetivación (TO) es una teoría histórico cultural de enseñanza-aprendizaje que destaca la necesidad de focalizar la atención a la producción de saberes y subjetividades en la actividad entre los estudiantes y el profesor en el aula de clase. Este enfoque teórico se fundamenta en el materialismo dialéctico y en la escuela de pensamiento de Vygotsky (Radford, 2020a) y propone reflexionar sobre la constitución dinámica y recíproca entre ser y cultura como una unidad inseparable y mutuamente constitutiva.

De este modo, para acercarse a una comprensión del fenómeno enseñanza-aprendizaje en el entorno escolar han de considerarse las formas de producción de saber y su articulación con las formas de colaboración humana como ejes que organizan la actividad que surge entre los estudiantes y el profesor en el aula de clase (Radford, 2020a).

Dentro de los principios teóricos de la TO, el aprendizaje es considerado como un proceso de encuentro de los sujetos con los saberes (por ejemplo, matemáticos, científicos, legales, entre otros) que la cultura pone a disposición en cada momento histórico. Este encuentro incluye al mismo tiempo procesos de objetivación y subjetivación (Radford, 2018, 2020a). No obstante, dicho encuentro con los saberes solo es posible mediante la actividad conjunta con otros. Desde esta perspectiva, el saber es concebido como una entidad general, como “un sistema de arquetipos de pensamiento, acción y reflexión constituido histórica y culturalmente a partir de la labor colectiva material, sensual y sensible” (Radford, 2023, p. 51). Esta concepción del saber pone de manifiesto su correspondencia con la producción humana conjunta, en el marco de la cultura y la historia. En este sentido, como entidad general, el saber debe ponerse en movimiento en la actividad para que este adquiera materialidad y pueda transformarse en conocimiento, es decir, en objeto de consciencia para los estudiantes.

SOBRE LA ACTIVIDAD DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE

Para la TO el término actividad se refiere a “una forma social de esfuerzo conjunto que comprende la autoexpresión, el desarrollo intelectual y social, y el disfrute estético” (Radford, 2019, p. 73). Se trata de “[...] un sistema dinámico orientado a la satisfacción de las necesidades colectivas”

(Radford, 2020a, p. 23). De ahí que la actividad que surge entre los estudiantes y el profesor produce el movimiento tanto de formas prototípicas (o no) de pensamiento para generar potenciales estrategias de solución a un problema de matemáticas (u otras ciencias), como de las formas en que los participantes se relacionan y colaboran entre sí para el alcance de dicha solución, como un colectivo. En otras palabras, la actividad de aula entre los estudiantes y el profesor produce el encuentro con saberes científicos y, a su vez, produce el encuentro con los otros, no como una mera interacción donde cada uno toma lo que mejor conviene a su individualidad, sino en el entendido de trabajar juntos con compromiso y responsabilidad acentuando el disfrute, placer, emocionalidad como características de lo que es ser humano en atención a la propuesta didáctica sugerida por el profesor.

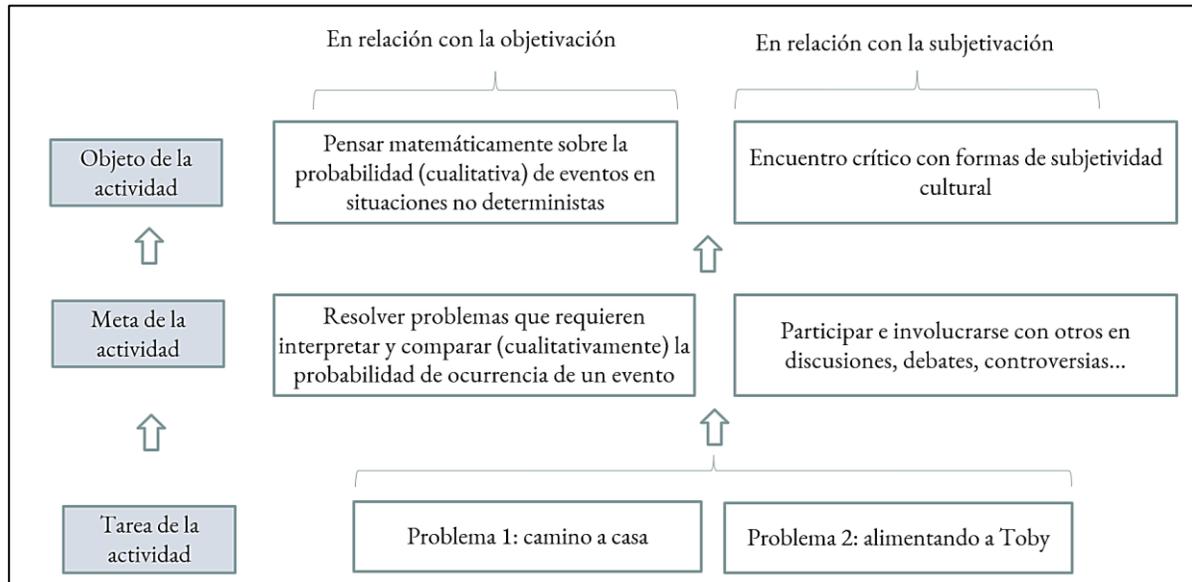
Ahora bien, si se plantea que el saber probabilístico es un sistema de formas de actuar y reflexionar con relación al azar, constituido histórica y culturalmente a partir del trabajo conjunto, material, corpóreo y sensible, entonces, el saber probabilístico no puede ser observado o sentido por sí mismo. Para que el saber probabilístico adquiera existencia material en el aula, éste debe ponerse en movimiento a través de la actividad práctica y sensible con otros. Así pues, es en el movimiento de la actividad donde tienen lugar tanto los procesos de objetivación (en relación con el saber) como los procesos de subjetivación (en relación con el ser).

Lo que se plantea acá es que la actividad ha de conferir al saber probabilístico cierto contenido conceptual que resulte significativo a los estudiantes. Para ello es necesario reconocer entre dos componentes de la actividad de enseñanza-aprendizaje: la organización didáctica y la actividad en sí misma. La organización didáctica corresponde a un momento a priori que tiene que ver con el diseño de los problemas, elección de la secuencia en que serán presentados los problemas, recursos y materiales físicos útiles para su desarrollo, entre otros. La actividad en sí misma corresponde al momento en que tiene lugar la experiencia. Es por ello que la configuración de la actividad y la de la tarea son esenciales, dado que allí el saber se pondrá en movimiento y se promoverán formas de colaboración entre estudiantes-estudiantes y estudiantes-profesor para el alcance de una meta común.

De esta manera, la configuración de la actividad de enseñanza-aprendizaje donde el saber probabilístico se pondrá en movimiento requiere inicialmente de la formulación del objeto de la actividad. Para el caso que se presenta, el objeto es *pensar matemáticamente sobre la probabilidad (cualitativa) de eventos en situaciones no deterministas* y para orientar la actividad hacia este objeto se establece como meta *resolver problemas que requieren interpretar y comparar (cualitativamente) la probabilidad de ocurrencia de un evento*. Finalmente, se sugiere una tarea integrada por problemas sobre comparación de posibilidades de ocurrencia de eventos con diferentes grados de complejidad (Figura 1).

Figura 1

Estructura general del componente Φ vinculado a la actividad de enseñanza-aprendizaje (Adaptado, Radford, 2023)



SOBRE LA TAREA DE LA ACTIVIDAD

En los apartados anteriores se ha mostrado como la configuración de la actividad determina unas condiciones específicas para que ocurra el fenómeno de enseñanza-aprendizaje. A este respecto, Vygotsky (1987) consideraba la educación como:

[...] el desarrollo artificial del niño, [como] el dominio ingenioso de los procesos naturales del desarrollo y no sólo influye sobre unos u otros procesos del desarrollo, sino que reestructura, de la manera más esencial, todas las funciones de la conducta. (p. 187)

Es así como, dentro dicha configuración, la tarea de la actividad crea un escenario escolar para el desarrollo conceptual y subjetivo de los individuos. La tarea aquí es considerada una categoría didáctica en sentido amplio. De un lado, esta atiende a la dimensión del saber como “situación enmarcada en un contexto –intramatemático o extramatemático– que, a partir de su abordaje [...], pretende desarrollar [...] pensamiento matemático” (Vergel & Rojas, 2018, p. 75). Y, de otro lado, con base en una ética comunitaria, la tarea atiende a la dimensión del ser que “busca propiciar la participación de profesores y estudiantes en el espacio público, la apertura hacia el otro, el ejercicio de la solidaridad, la creación de sentido de pertenencia, el desarrollo de una consciencia crítica” (Radford, 2018, p. 74).

En este artículo, la tarea consiste en dos problemas que llevan en sí acciones y preguntas que orientan a los estudiantes en su proceder con relación a la indagación de la probabilidad de ocurrencia de un suceso desde el ámbito cualitativo dentro de un marco contextual y conceptual.

La unidad contextual corresponde a una situación en donde el protagonista es Toby, un perrito al que los niños van a ayudar a regresar a casa (Problema 1) y lo alimentarán (Problema 2). Este contexto posibilita que los estudiantes doten de sentido tanto a los problemas como a los resultados obtenidos en torno a la experimentación con el generador de azar. La unidad conceptual consiste en identificar y comparar cualitativamente la probabilidad de eventos simples. Aquí se consideró que, en la experimentación con generadores de azar, determinar la probabilidad de ocurrencia de un evento simple implica, entre otros requerimientos, distinguir los eventos aleatorios o deterministas, el espacio muestral, la variabilidad de los resultados, la irreversibilidad del evento, la equiprobabilidad o no en un experimento aleatorio.

Otro aspecto en la configuración de la tarea corresponde a la organización en el aula de clase en pequeños grupos de manera que el profesor tenga la oportunidad de acercarse a éstos, escuchar los argumentos de los estudiantes, preguntar, poner ejemplos, entre otras acciones, las cuales posibiliten el compromiso de los estudiantes en la actividad y favorezcan la aparición de formas de colaboración entre estudiantes-estudiantes y estudiantes-profesor que se materializarán en discusiones en pequeños grupos y discusiones generales.

SOBRE EL JUEGO

Dado que el trabajo se enfocó con niños entre los 8 y 9 años, se propuso poner al juego en la base de la actividad. Los juegos, en general, se encuentran en todas las culturas alrededor del mundo (Bishop, 1998) y la posibilidad de reproducir su estructura interna y externa obedece a su permanencia en la memoria cultural que pasa de generación en generación. Es decir, durante el juego en su dimensión espaciotemporal hay movimiento. Sin embargo, una vez el juego termina, “permanece en el recuerdo como creación o como tesoro espiritual, es transmitido por tradición y puede ser repetido en cualquier momento” (Huizinga, 1954, p. 18).

En particular, los juegos de azar aparecen en la génesis del concepto de probabilidad. Su origen lúdico, experiencial y social (Fernández, 2007; Mateos-Aparicio, 2002) muestra que la incertidumbre aparece y se configura a partir de la actividad humana concreta.

Es así como, adoptando una postura dialéctico materialista, los estudiantes y el profesor son entidades en movimiento, en constante devenir. De esta manera, a través de su participación en una actividad propiciada por el juego, estos individuos se incorporan en la instancia social dentro de las posibilidades que le ofrece la cultura de la clase determinando su dimensión agentiva (Radford, 2020b). En el juego, los participantes se organizan y determinan las formas de relacionarse bajo unas normas que regulan sus acciones en ese espacio delimitado temporal y espacialmente, por ejemplo, al respetar el turno, ceder el turno, manipular material concreto por turnos. Para Huizinga (1954),

El juego es una acción u ocupación libre, que se desarrolla dentro de unos límites temporales y espaciales determinados, según reglas absolutamente obligatorias, aunque libremente aceptadas, acción que tiene su fin en sí misma y va acompañada de un sentimiento de tensión y alegría y de la conciencia de «ser de otro modo» que en la vida corriente. (p. 37)

En este sentido, el sujeto que participa del juego viene a ser producto de procesos sociales desarrollados en su interior, en donde las emociones son “parte de los procesos de subjetivación, a partir de los cuales nos posicionamos como sujetos culturales en prácticas sociales y políticas” (Radford, 2015, p. 46, traducción nuestra). Es decir, a propósito del juego de llevar a casa a Toby (Problema 1), en la actividad emergente los estudiantes realizan su incorporación progresiva en el mundo social en dos sentidos. El primero tiene que ver con la asimilación, aceptación o rechazo de las reglas sociales y el segundo tiene que ver con la carga ideológica del contenido matemático abordado (Radford, 2020b).

METODOLOGÍA-RECOLECCIÓN DE INFORMACIÓN

DISEÑO

Este estudio se enmarca en el enfoque de investigación cualitativo, de tipo descriptivo e interpretativo. Este enfoque permitió describir el fenómeno de estudio y aproximar interpretaciones de las acciones de los participantes a la luz de los constructos teóricos de la TO. Los participantes trabajaron conjuntamente en una tarea que involucró la comparación de posibilidades de ocurrencia de un evento. El objetivo fue mostrar las maneras en que las personas se refieren a la probabilidad, incluso en ausencia de simbolismo numérico.

El diseño metodológico adoptado aquí, como sistema dinámico y en sintonía con el marco teórico, está conformado por cuatro fases: (i) revisión y análisis documental – diseño de problemas que configuran la tarea; (ii) implementación de la actividad – recolección de la información; (iii) constitución e interpretación de datos – análisis multimodal; (iv) contribución académica al campo.

PARTICIPANTES

La información recolectada corresponde a la actividad entre estudiantes de 3er grado de educación básica primaria (8–9 años) pertenecientes a una institución educativa de carácter privado, cuya oferta educativa corresponde a la modalidad académica en la ciudad de Bogotá, en Colombia. Se destaca que los estudiantes no habían recibido instrucción en probabilidad.

INSTRUMENTOS

La recolección de la información se llevó a cabo mediante dos métodos: (a) utilizando una hoja de trabajo en físico del Problema 1 “Camino a casa”, y (b) a través de una grabación de vídeo, seguida de la selección y transcripción de los episodios.

La constitución de los datos que preceden al análisis se realizó mediante articulación de información proveniente de las fuentes que mostraran rasgos característicos de la actividad matemática de los sujetos en situaciones no deterministas.

PROCEDIMIENTOS

Para la recolección de la información se dispuso de cinco momentos sugeridos por Vergel (2016). El *momento 1* comprende la grabación en video (con previo consentimiento por escrito de los padres y/o tutores) para captar el despliegue de la dimensión discursiva, gestual y kinestésica. El *momento 2* trata sobre la revisión de las hojas de trabajo de los estudiantes. En el *momento 3* se lleva a cabo la selección y transcripción de episodios relevantes del video en potencia de ser objeto de análisis. De ser necesario, en el *momento 4* se realizan entrevistas en vídeo a los estudiantes con base en el problema. Finalmente, en el *momento 5* se procura la constitución de los datos de análisis a partir del contraste de la información proveniente de diferentes fuentes.

RESULTADOS

Desde el enfoque histórico cultural de la TO, seguidamente se presenta una interpretación de resultados mediante el uso de algunas de las herramientas analíticas de esta teoría.

De acuerdo con Radford (2020c), la metodología subyacente a cualquier enfoque teórico ha de proporcionar pautas tanto para el diseño de actividades de aprendizaje como para interpretar teóricamente los fenómenos de aula que son objeto de indagación. De modo que, considerando lo mencionado a lo largo de este documento, la unidad de análisis corresponde a la actividad matemática intersubjetiva, sensual y material, producida entre los estudiantes y el profesor en el aula de clase, razón por la cual se sigue la metodología multi-semiótica propuesta por la TO (Radford & Sabena, 2015).

El interés se encuentra en analizar partes de la actividad en donde pueda evidenciarse el recurso a gestos, palabras clave, actividad perceptual, entre otros recursos semióticos, por parte de los participantes como materialización de su pensamiento. De acuerdo con Radford *et al.* (2009), desde la perspectiva multimodalidad del pensamiento humano, los individuos activan y articulan diversos recursos cognitivos, físicos, perceptuales, entre otros, como medio de comunicación de significados cuando tratan con objetos matemáticos en el aula de clase.

A continuación, se presenta el análisis de la actividad de los estudiantes y el profesor alrededor de un problema relacionado con la comparación de probabilidades.

El Problema 1 plantea una situación donde un perrito (Toby) se ha perdido y se invita a los niños a ayudarlo a regresar a casa. En un primer momento, la maestra da las indicaciones generales con apoyo de una cartelera fijada en el tablero o pizarra del salón mostrando el contexto (Figura 2).

Figura 2

Modelo de cartelera contextualización, Problema 1: Camino a casa

Problema 1 “camino a casa”

¡Hola niños! mi nombre es Toby, soy un perrito. Esta mañana mi amo me llevó al parque, me puse a jugar y me alejé mucho de él y ahora estoy perdido.



|
|
|
|
|
|
|
|
|
|



Ustedes pueden ayudar a Toby a regresar a casa. La manera en que lo pueden hacer se explica a continuación:

- Ubíquense en la estación que indique la profesora.
- Lancen el dado al aire una vez por turno.
- Se podrá avanzar una casilla a la vez si el dado cae en “huellita” 
- No se podrá avanzar si en el dado sale “huellita tachada” 
- Terminaran cuando logren llevar a Toby a casa.

Nota: Esperen la instrucción de la profesora para rotar de estación.

Antes de presentar la tarea, la profesora organizó cuatro estaciones de trabajo dentro del aula de clase con material concreto. A continuación, comenta a los niños que en todas las estaciones se requiere llevar a Toby a casa. Para hacerlo deben lanzar el dado que se encuentra en la estación y se podrá avanzar (una casilla a la vez) si en el dado se obtiene “huellita”.

En todas las estaciones se cuenta con los siguientes materiales concretos: un perro de plástico, un camino de cartulina formado por una fila de diez cuadros, una casa de cartón, una hoja de trabajo para consignar las reflexiones suscitadas por la experimentación en las estaciones y un dado cuyas caras varían de una estación a otra (Figura 3).

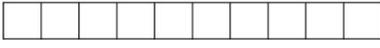
Figura 3

Material concreto dispuesto en las estaciones



↑
Perrito de plástico

Camino con 10 cuadros





↑
Casita de cartón



Un dado por cada estación

En cada estación los dados tenían caras con “huellita” o “huellita tachada” de modo que la probabilidad del suceso obtener “huellita” fuese diferente en cada una (Tabla 1). Esto con el fin de suscitar la comparación cualitativa de la probabilidad (como grado de creencia de ocurrencia del suceso) ya que los estudiantes no habían tenido orientación escolar al respecto en términos cuantitativos.

Tabla 1

Discriminación de las “huellitas” y “huellitas tachadas” en cada uno de los dados disponibles en cada estación y la Probabilidad del suceso obtener “huellita”

	No. Caras con “huellita”	No. Caras con “huellita tachada”	Probabilidad de obtener “huellita”
Estación 1	6	0	$\frac{6}{6} = 1$
Estación 2	3	3	$\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$
Estación 3	2	4	$\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$
Estación 4	1	5	$\frac{1}{6}$

En un segundo momento, la profesora propuso a los estudiantes organizarse en pequeños grupos (cuatro grupos en total) para facilitar así la rotación de todos los grupos por las cuatro estaciones predeterminadas. Luego, se retoman las indicaciones del juego (las mismas reglas para todas las estaciones) y se solicita a los estudiantes que, al terminar el juego en cada estación, se diligencie la hoja de trabajo grupal. En un tercer momento, se abre el espacio para la experimentación mediante el lanzamiento del dado en cada una de las estaciones. El profesor se acerca a los pequeños grupos e interviene con preguntas que motivan la reflexión sobre la certeza o la incertidumbre de un suceso.

Finalmente, luego que todos los grupos han pasado por las cuatro estaciones, se procede con la socialización. El profesor motiva la participación de los estudiantes mediante cuestionamientos procurando la mayor argumentación posible.

Teniendo en cuenta el contexto del Problema 1 y las indicaciones del profesor, los niños entraron en contacto con los artefactos físicos dispuestos en cada estación (dado, perrito, cuadrícula, casa). En particular, la manipulación del generador de azar por los estudiantes produce un encuentro con la inteligencia histórica y cultural de la cual es portador en relación con la incertidumbre. Los dados, así como sus antecesores (las tabas) aparecen como cristalizaciones de significados acumulados en el devenir histórico de la experiencia humana, en su faceta lúdica vinculada al azar (Bennett, 1998; David, 1955). Es quizás por ello que, hasta nuestros días, los dados siguen relacionándose con el juego, la recreación, la fortuna y el entretenimiento. Al experimentar con el lanzamiento del dado bajo las mismas condiciones

iniciales va produciéndose el encuentro con la aleatoriedad como modelo que describe y explica fenómenos que dependen del azar (Cardeñoso & Azcárate, 2004).

En el caso que se presenta a continuación, el encuentro de los estudiantes con el saber probabilístico se da justamente mediante la experimentación con el generador de azar. De modo que, “la cultura material (artefactos, símbolos, etc.) tiene que integrarse en una *actividad* para hacer aparente la conceptualidad de la cual la cultura material es portadora” (Radford, 2017, p. 123, énfasis del autor). En términos epistemológicos, lo anterior significa que los artefactos no son neutros. Así como cambian los artefactos, también se transforman las maneras de conocer de los sujetos. Al experimentar con el dado, los estudiantes poco a poco van notando, por ejemplo, que en una secuencia de lanzamientos los resultados presentan variaciones, que no es posible predecir con certeza cuál será resultado en el siguiente lanzamiento, que aun cuando cada lanzamiento se realice bajo las mismas condiciones no siempre es posible obtener el mismo resultado y, además, que pueden compararse las posibilidades de ocurrencia de cierto evento en términos cualitativos (mayor, menor o igual posibilidad de ocurrencia). En suma, los artefactos que tienen a disposición los estudiantes para el desarrollo del problema se constituyen en “[...] parte integrante del pensamiento y la actividad” (Radford, 2023, p. 35).

Análogamente, por cuenta propia y de manera consensuada al interior de cada grupo se generaron dinámicas para lanzar el dado por turnos, mover el perrito, hacer anotaciones en la hoja de trabajo, entre otras (Figura. 4).

Figura 4

Dinámica interna de grupo



Esta capacidad de regulación emocional de la conducta propia y de las relaciones con los otros aparece en el marco de los límites sugeridos por el juego y por el sistema cultural del aula de clase. En la actividad desplegada al interior de los grupos, los estudiantes están encontrando formas culturales de ser en términos de relación con el otro. La organización interna de los grupos, junto con la manipulación del material concreto, provocó un escenario propicio para relación de alteridad. Esta relación de alteridad es entendida aquí “como una relación con el otro, [...] que habla en imperativo y que me demanda una responsabilidad más allá de todo pacto y de todo contrato” (Bárcena & Mèlich, 2000, p. 126). Es decir, esa relación de alteridad como relación al otro exige compromiso. Sin embargo, esa exigencia no se trata

de una imposición sino más bien de una libre decisión de los sujetos de participar con todo lo que ellos son, con todo lo que conocen, con toda su experiencia y con todas sus historias; comprometiéndose en hacer todo lo que se encuentre a su disposición para el alcance de la meta común establecida en el problema.

PROBLEMA 1: EPISODIO “ALGO QUE PUEDE PASAR”

A continuación, se presenta parte de la actividad entre la profesora con uno de los grupos que se encuentran en la estación 1. Este grupo ya había rotado por las demás estaciones.

L1. Profesora: *¿Abí no saben en cuál va a caer?*

L2. Salome: *Sí, porque pues...* (inaudible)

L3. Danna: *Es que no hay ninguna patica tachada* [apoya moviendo su brazo hacia adelante y apuntando con el dedo índice] *y pues hay más probabilidades de que caiga huellita* [al tiempo agita la mano derecha]

L4. Profesora: *¿Por qué hay más probabilidades? ¿qué es una probabilidad?*

L5. Danna: *Una probabilidad es algo que puede pasar* [mueve sus manos hacia el costado]; *algo que puede suceder* [mueve sus brazos hacia el frente]

Una vez que la profesora se acerca a la estación 1, indaga al grupo a través de la pregunta *¿Abí no saben en cuál va a caer?*, acerca de la certeza de predicción de resultados en el lanzamiento del dado [L1]. Este acercamiento de la profesora al grupo no es simplemente un ejercicio de verificación de si los estudiantes están llevando a cabo (o no) acciones para solucionar el problema. Más bien se trata un esfuerzo por generar un espacio en donde los estudiantes tengan la oportunidad de evidenciar posibles comprensiones y creencias acerca la certeza y el azar, por ejemplo, mediante la utilización de palabras clave en sus elocuciones o la incorporación del cuerpo para acompañar sus argumentos.

A continuación, Salomé [L2] intenta seguir la línea conversacional con la profesora. Su intervención es complementada por Danna [L3], mostrando acuerdo con Salomé en afirmar que *sí* es posible saber cuál será el resultado. Mediante la elocución *no hay ninguna patica tachada* el énfasis es puesto en notar que en el generador de azar ninguna cara tiene “huellita tachada”.

Este no es un asunto menor, pues las estudiantes están haciéndose progresivamente conscientes acerca de la posibilidad de predicción (lo cual no es posible en las demás estaciones) dada las condiciones del generador de azar en la estación 1. Este reconocimiento es expresado por Danna movilizandó signos, lenguaje hablado y acciones kinestésicas (Figura 5) con la intención de comunicar su comprensión acerca del fenómeno. Posiblemente este reconocimiento que hace Danna de la certeza en esta estación sea producto tanto de sus experiencias personales como de la experimentación en las demás estaciones.

Figura 5

Gesto al aire realizado por Danna para enfatizar no tener en el dado "huellita tachada"



Aquí, Danna parece haber experimentado un momento *ajá* pues, al notar que en el dado de la estación 1 no hay huellas tachadas en ninguna de sus caras [L3], ella refuerza su intención comunicativa moviendo su brazo hacia adelante y apuntando con el dedo índice. El gesto realizado por Danna parece tener el propósito de señalar el generador de azar. Con este gesto deíctico Danna busca orientar la atención de la profesora, haciendo referencia a las caras del dado.

En diferentes momentos de la actividad, la sincronía de los medios semióticos de objetivación a los que recurre Danna (L3, L4 y L6) es una muestra de la constitución de un nodo semiótico, es decir, un segmento de la actividad en el cual la percepción, el lenguaje y el gesto deíctico actúan juntos y se complementan para evidenciar la toma de consciencia de que, en la estación 1, la predicción es posible toda vez que los resultados de lanzar el dado no varían. Todo esto ocurre en la actividad en la que estudiantes se involucraron y en donde empiezan a desvelar aspectos relacionados con la certeza presente en el fenómeno, en contraposición al azar que interviene en la manipulación de los generadores de azar, en las demás estaciones, en un contexto lúdico (de Queiroz, 2007).

La experimentación con el dado que se tiene a disposición en cada una de las estaciones muestra, en un escenario artificial, que la certeza y la incertidumbre hacen parte de la realidad, son dos de sus momentos. Para Hegel (1966), las categorías que constituyen la realidad se encuentran relacionadas entre sí de forma dinámica produciendo un movimiento dialéctico. El movimiento ha de entenderse como:

El doble proceso y devenir del todo, consistente en que cada uno pone al mismo tiempo lo otro, por lo que cada uno tiene en sí los dos aspectos; juntos, los dos forman el todo, al disolverse ellos mismos, para convertirse en sus momentos. (Hegel, 1966, p. 29)

De igual manera, en esta parte de la actividad de Danna, se puede notar que hay una distinción entre resultados favorables y no favorables. Sin embargo, en el uso del lenguaje hablado no aparece explícitamente palabras como seguro, siempre, entre otras. Aquí aparece la certeza intrínseca como una característica de las intuiciones de Danna que se aceptan como ciertas (Fischbein, 1975). Al parecer

comporta una intuición primaria sobre la equiprobabilidad de las caras del dado que han sido adquiridas desde su experiencia personal fuera de la escuela. De acuerdo con Bennett (1998), “Las ideas intuitivas sobre el azar parecen preceder a las ideas formales y, si son correctas, son una ayuda para el aprendizaje; pero si son incorrectas, pueden dificultar la comprensión de los conceptos probabilísticos” (p. 7, traducción propia).

Como se ha visto, en la primera parte de línea discursiva [L3] Danna nota que en el dado ninguna de sus caras presenta “huellita tachada”. El percatarse de esta situación en el generador de azar produce conexión, en términos de comparación, con la experiencia vivida en las demás estaciones. La toma de consciencia acerca de la incertidumbre o certeza del suceso obtener “huellita” se produce en la actividad, en donde empieza a diferenciarse entre aquellos fenómenos de tipo determinista y aquellos que son afectados por el azar. Es decir, distinguir situaciones en donde un resultado se presenta como predecible aún en ausencia de experimentación o, por el contrario, situaciones en donde un resultado específico solamente puede aludirse a una posibilidad de ocurrencia.

Cuando Danna manifiesta con sus palabras *y pues hay más probabilidades de que caiga huellita*, está indicando que en el dado de la estación 1 se tiene mayor posibilidad de ocurrencia del suceso obtener “huellita”. Aquí, el tener *más probabilidades de que caiga huellita* parece reconocer que el espacio muestral (el conjunto de todos los resultados posibles producto de la experimentación) en la estación 1 está formado por las seis caras del dado que, en este caso, tienen “huellita”. Dicho reconocimiento sirve a Danna para que, mediante el contraste de los resultados obtenidos en todas las estaciones, pueda determinar la mayor o menor probabilidad de ocurrencia del suceso obtener “huellita”, aun en ausencia de valores numéricos dentro de un enfoque frecuencial.

Vásquez-Ortiz y Alsina (2016) resaltan que “los alumnos usan lenguaje cotidiano e informal propio que les permita introducir y resaltar nociones de probabilidad necesarias para avanzar progresivamente hacia una comprensión y aplicación de conceptos básicos de la probabilidad” (p. 531), por lo cual, aún cuando Danna utiliza la palabra *probabilidad*, es claro que su uso proviene de contextos cercanos a su cotidianidad fuera de la escuela, en tanto este no había sido objeto de estudio en el aula de clase de matemáticas. No se trata del concepto de probabilidad de modo formal, sino más bien es un intento por mostrar una idea cualitativa asociada al mayor o menor grado de posibilidad de que un suceso aleatorio ocurra. Dicho de otra manera, la palabra en uso no refiere al concepto científico de probabilidad como cálculo explícito sino más bien se trata de una intuición de probabilidad como una valoración de carácter subjetivo (Fischbein, 1975). No obstante, la producción del concepto de probabilidad como la cuantificación entre 0 y 1 de que tenga lugar un fenómeno azaroso requerirá entonces de un desarrollo progresivo de refinamiento que ha de estar mediado por la instrucción escolar.

Ahora bien, en la segunda parte de su intervención, mientras Danna dice *y pues hay más probabilidades de que caiga una huellita* agita su mano derecha simulando la acción previa al lanzamiento de un dado físico (Figura 6). El movimiento de la mano, como una acción kinestésica, hace referencia a

una deixis *am phantasma* (Bühler, 2011) que sirve a Danna para referirse a objetos no presentes en la situación, en este caso, haciendo referencia al dado.

Figura 6

Danna realiza una deixis am phantasma que imita el movimiento de la mano antes de lanzar un dado



Este gesto déictico, se considera como un signo en el aire al que Danna recurre para expresarse a través de su cuerpo, es decir, para materializar su comprensión de la variabilidad de los resultados al manipular un dado, como una característica del saber probabilístico. De acuerdo con Vergel (2014) “los signos no se limitan únicamente a su función representativa, y la elección de ellos no es neutra o independiente, dicha elección orienta [...] el destino de la comunicación” (p. 66). En este sentido, la referencia al artefacto aparece dentro de un contexto social y cultural en el que tiene lugar la experiencia que contribuye al despliegue de significado que Danna otorga.

La profesora, quien permanece atenta a la argumentación de Danna, interviene de nuevo [L4] con la pregunta *¿Por qué hay más probabilidades? ¿qué es una probabilidad?*, con lo cual extiende una invitación a Danna a permanecer en el espacio relacional que ha emergido entre Danna y la profesora. La profesora se involucra e involucra a Danna en la actividad, posibilitando que la estudiante haga explícita su comprensión acerca de lo probable en sentido general. Pero no lo hace como poseedora del saber absoluto sino más bien con una apertura que ofrece confianza a Danna para continuar su intervención. Este encuentro con el otro en términos de alteridad solicita responsabilidad tanto de Danna como de la profesora. En palabras de Radford (2021),

La responsabilidad aparece aquí como unión, nexos, vinculación, conexión y enlace con el prójimo, que se expresa en la respuesta que hacemos al llamado del otro, llamado que proviene no necesariamente de una formulación lingüística o semiótica, sino de la mera presencia de lo que no somos nosotros mismos. (p. 128)

En aquel espacio relacional y mediante el movimiento corporal acompañado de la frase *una probabilidad es algo que puede pasar algo que puede suceder* [L5], Danna expresa una forma de comunicar

que lo probable se encuentra en un terreno no determinista, toda vez que el resultado del lanzamiento del dado no puede ser directamente atribuido a una causa específica.

De igual manera, el movimiento de los brazos de Danna hacia adelante (Figura 7) forma parte constitutiva de su pensamiento en términos de mostrar la no certeza de un evento en el futuro, es decir, de un evento en potencia que puede llegar a ser dentro de una amplia gama de posibilidad de ocurrencia. El movimiento de la estudiante no es ingenuo, si se tiene en cuenta que justamente con la probabilidad se trata de mirar hacia adelante, anticiparse a los hechos prediciendo el futuro como medida de la incertidumbre en situaciones bajo azar. En este sentido, lo declarado por Danna, acompañado de su movimiento corporal, sugiere una percepción sensible de un fenómeno afectado por el azar.

Figura 7

Danna extiende los brazos hacia adelante para mostrar relación al futuro, algo que aún no ha sucedido



En este segmento de la actividad de Danna, la incertidumbre alcanza el nivel de enunciación, mediante el uso de la palabra clave *puede* que se encuentra en vínculo con la no predictibilidad de acciones relacionadas con el porvenir. En este caso, hay una percepción de la aleatoriedad presente en el fenómeno que tiene a la base el reconocimiento intuitivo del azar, sin profundizar en su explicación o análisis. A este respecto, Fischbein (1975) argumenta que:

[...] es posible sugerir que la intuición del azar está presente incluso antes de los 6–7 años. Ciertamente, existe una intuición primaria, preoperacional construida a partir de la experiencia cotidiana del niño y complementaria a la intuición de la necesidad. (p. 71)

En general, puede observarse que en este pasaje de la actividad van apareciendo características de un tipo de saber que, en sí mismo, no corresponde al saber probabilístico en todo el sentido de la palabra, sino que se trata de una de sus materializaciones en el plano perceptual que emerge gracias a la experiencia empírica. La materialización del saber probabilístico como una capacidad generativa para pensar y actuar sobre el problema en vínculo con el azar, corresponde entonces a la materialización sensible producto de la interacción con artefactos y con el otro (estudiantes y profesora).

Luego de la experimentación se solicitó a las estudiantes diligenciar la hoja de trabajo (una por grupo) a propósito de la experiencia por cada estación. En la producción escrita de este grupo de estudiantes (Figura 8) se encuentra que la representación del espacio muestral es producto de la manipulación del generador de azar. Esta representación gráfica evidencia el reconocimiento del conjunto de todos los resultados posibles que pueden ser obtenidos en el experimento. Dado que se trataba de un problema inicial para estudiantes, se esperaba que, después de rotar por todas las estaciones, ellos llegasen a concluir que el suceso obtener “huellita” en la estación 1 es un suceso seguro. El conteo de las caras del dado marcadas con “huellita” o “huellita tachada” ayuda a las estudiantes en organizar la información y sirve como apoyo para responder a los cuestionamientos que siguen.

Figura 8

Producción escrita: Danna, Salomé, Giselle

ESTACIÓN 1

Dibujen las figuras de todas las caras del dado.

Completen:

Número de caras del dado	6
Número "huellitas"	6
Número "huellitas tachadas"	0

En la producción escrita puede notarse que la manipulación del material concreto, en relación con el reconocimiento del conjunto de todos los resultados posibles al lanzar el dado y la discriminación entre cantidad de casos favorables y no favorables, sirve de apoyo a las estudiantes para elaborar argumentos. Ante la pregunta *¿es posible saber cuál huellita saldrá en el último lanzamiento?* las estudiantes categóricamente responden *si* (Figura 9). La razón que sustenta el argumento es *porque no hay huellita tachada*.

Figura 9

Uso de palabras clave en relación con la comparación cualitativa de probabilidades

Supongan que se lanza el dado muchas veces. ¿es posible saber cuál huellita saldrá en el último lanzamiento? ¿Por qué? Escriban de forma detallada su respuesta.

Si, porque no hay huellitas tachadas. Lo hace mas facil

El reconocer que *no hay huellitas tachadas* viene a mostrar que, gracias a la actividad en la que se involucraron las estudiantes, aparece una distinción entre casos favorables y casos no favorables, aun cuando estas palabras no se han incorporado en su vocabulario escolar.

De igual manera, el uso de la frase *lo hace más fácil* muestra una comparación cualitativa de la probabilidad del suceso obtener “huellita” respecto a las demás estaciones. La referencia verbal movilizada se constituye en una forma de acción y pensamiento histórica y culturalmente situada, aunque esta no sea expresada en términos numéricos o mediante el uso de símbolos (por ejemplo, mediante la expresión $P(A) < P(B)$).

Para las estudiantes resulta *más fácil* llevar a Toby a casa porque en el dado de la estación 1 ninguna de sus caras tiene “huellita tachada” de modo que siempre que se lance el dado se va a poder avanzar en la cuadrícula. Este asunto parece estar informando acerca de una forma intuitiva de notar la igualdad de posibilidades de obtener “huellita” en la estación 1.

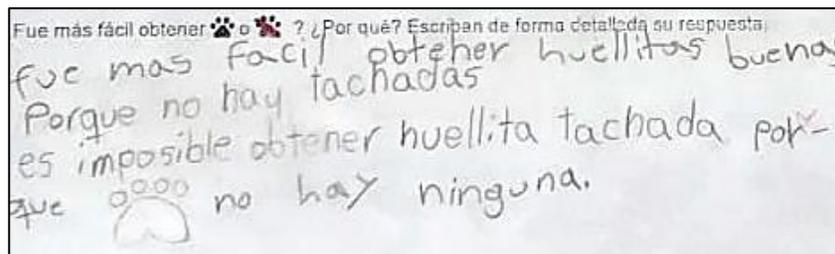
En palabras de Vásquez-Ortiz y Alsina (2016), esta postura intuitiva que emerge en la actividad de las estudiantes en torno a la probabilidad:

[...] constituye un elemento central y de base en las primeras edades, ya que se refiere a aquellos términos de uso común para referirse a la incertidumbre y expresar por medio de frases coloquiales la cuantificación y el grado de creencia en relación con sucesos inciertos. (p. 531)

Por las características del dado, para la estación 1, el suceso obtener “huellita” se infiere como previsible en comparación con el carácter azaroso de los resultados en las demás estaciones. En particular, la palabra *fácil* parece vincularse con la identificación de la certeza asociada al suceso obtener “huellita” como un suceso seguro, aun cuando este no es definido específicamente con estas palabras.

Figura 10

Uso de palabras clave para denotar la interpretación del suceso contrario



De nuevo, para responder a este interrogante, las estudiantes utilizan la expresión *fue más fácil obtener huellitas buenas porque no hay tachadas*, en donde parece establecerse distinción entre casos favorables (huellita), nombrada por las estudiantes como “huellita buena”, y casos no favorables (huellita tachada). Aquí se puede notar el uso de expresiones del contexto cotidiano cuyo significado se encuentra

muy cercano al utilizado en el contexto matemático. Por ejemplo, escribir *fue más fácil obtener huellitas buenas* parece guardar una cercana relación con el contexto matemático en términos de establecer una mayor posibilidad de obtener “huellita” al lanzar el dado.

Más adelante las estudiantes aducen *que es imposible obtener huellita tachada porque no hay ninguna*. Aquí surge de manera explícita el reconocimiento de sucesos complementarios y mutuamente excluyentes en el experimento en tanto la justificación no recae en que todas las caras del dado tenían “huellita”, sino en el suceso contrario. La palabra *ninguna* muestra que se está considerando todos los casos posibles de ocurrencia del suceso obtener “huellita”. De acuerdo con Amir y Williams (1999), “la probabilidad recibe un significado inicial a través de la referencia a experiencias fuera de la escuela y de las matemáticas [...] y por tanto debe ser mediada a través del uso del lenguaje cotidiano” (p. 107, traducción propia). De este modo, la distinción del lenguaje probabilístico elemental hace parte del significado intuitivo de la probabilidad (Vásquez-Ortiz & Alsina, 2016). En otras palabras, la experiencia fuera y dentro del aula de clase, así como el lenguaje se constituyen en productos culturales que pueden influir en la constitución del significado intuitivo de la probabilidad (concepciones acerca del azar, sesgos, entre otros) (Amir & Williams, 1999).

SÍNTESIS Y OBSERVACIONES FINALES

En este artículo se ha presentado el análisis multimodal de una actividad sobre probabilidad con estudiantes de tercero de primaria, quienes no habían recibido instrucción escolar acerca del tema.

El análisis muestra la emergencia de medios semióticos de objetivación como lenguaje hablado, inscripciones en la hoja de trabajo (dibujos, descripciones escritas), signos al aire (movimiento corporal, señalamiento), así como nodos semióticos. Siguiendo a Le Guen (2018) “la forma natural de interacción humana es multimodal. [...] Aun cuando no es siempre obvio o consciente para los mismos hablantes, mucha información es transmitida a través de los elementos multimodales” (p. 430). Es decir, las nociones informales sobre espacio muestral, posibilidad de ocurrencia y comparación de probabilidades son comunicadas por las estudiantes mediante diferentes recursos (lenguaje hablado y escrito, gestos). Estos recursos en general son considerados como “partes de la actividad y parte del pensamiento desplegado del profesor y de los estudiantes” (Radford, 2023, p. 41).

De este modo, la situación concreta experimentada por las estudiantes da cuenta de unas matemáticas que se mueven simultáneamente entre lo ideal y lo concreto (Radford, 2018). Sobre este punto, se subraya que la actividad en tanto evento viene a ser consustancial a las formas de pensar en torno al azar y la certeza, pues se encuentran en vínculo con las características del problema y la experimentación sugerida. Así, el saber probabilístico, como pura posibilidad, encontró formas de ser expresado a través del lenguaje hablado y escrito, la movilización de recursos corporales y artefactuales.

La probabilidad que los estudiantes van encontrando está orientada hacia unas maneras de concebir la naturaleza del mundo como cargada de incertidumbre en un sentido no determinista. Pues

el saber probabilístico ya existe en la cultura como sistemas de pensamiento y acción en situaciones afectadas por el azar que se han constituido histórica y culturalmente. La experimentación no es algo natural. La probabilidad aparentemente concreta con la que los estudiantes están abordando el problema apunta a una forma general de pensar y actuar alrededor del azar. De manera que el saber probabilístico necesita de un contexto para ser puesto en movimiento, a través de la actividad sensual y material, para actualizarse en conocimiento, entendido éste como “una forma intelectual-material de hacer/reflexionar que es al mismo tiempo sensual y sensible, material e ideal” (Radford, 2023, p. 68).

De acuerdo con Vygotsky (2007), “para el niño, definir un objeto o un concepto significa decir qué hace este objeto o, aún más frecuentemente, qué es posible hacer con él” (p. 248). Así, las palabras o frases que definirán objetos científicos, como instrumentos culturales, no pertenecen a los estudiantes, no provienen de su interior. Más bien, estas vendrán a hacer parte de un repertorio específico en el campo de la probabilidad como un producto cultural. Este producto cultural se refiere a las cristalizaciones de la actividad laborante de generaciones pasadas que ya están en la cultura y han determinado maneras, por ejemplo, de diferenciar y nombrar sucesos en atención a sus características (seguro, posible, imposible, entre otras). De esta manera, el encuentro con esas formas culturales solo es posible en el movimiento producido por la actividad de aula.

Esta discusión tiene que ver con que el saber probabilístico no es algo que se construye o que se posee, sino que el saber probabilístico es algo que ya está en la cultura y que, a través de la actividad con otros, los sujetos lo van (o no) encontrando.

ACLARATORIAS

Los autores no tienen conflictos de intereses que declarar. La producción de este artículo forma parte de la investigación doctoral en curso *Formas de pensamiento probabilístico y procesos de subjetivación emergentes en la actividad matemática de estudiantes de grado tercero de educación básica primaria (8 – 9 años)* en el marco del Doctorado Interinstitucional en Educación DIE, sede Universidad Distrital Francisco José de Caldas. La investigación ha sido financiada con recursos propios.

REFERENCIAS

- Ahlgren, A., & Garfield, J. (1991). Analysis of the Probability Curriculum. En R. Kapadia, & M. Borovcnik (Eds.), *Chance Encounters: Probability in Education* (pp. 107-134). Kluwer Academic Publishers. https://doi.org/10.1007/978-94-011-3532-0_4
- Alsina, Á. (2017). Contextos y propuestas para la enseñanza de la estadística y la probabilidad en Educación Infantil: Un itinerario didáctico. *Épsilon*, 34(95), 25-48.

- Alsina, A., & Vásquez, C. (2016). De la competencia matemática a la alfabetización probabilística en el aula: Elementos para su caracterización y desarrollo. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 12(48), 41-48.
- Alsina, A., & Vásquez, C. (2022). De la investigación al aula: Orientaciones didácticas para diseñar e implementar tareas probabilísticas en Educación Primaria. *Revista digital Matemática, Educación e Internet*, 23(1), 1-23. <https://doi.org/10.18845/rdmei.v23i1.6290>
- Amir, G. S., & Williams, J. S. (1999). Cultural influences on children's probabilistic thinking. *The Journal of Mathematical Behavior*, 18(1), 85-107. [https://doi.org/10.1016/S0732-3123\(99\)00018-8](https://doi.org/10.1016/S0732-3123(99)00018-8)
- Bárcena, F., & Mèlich, J-C. (2000). Emmanuel Levinas: Educación y hospitalidad. En F. Bárcena, & J-C. Mèlich (Eds.), *La educación como acontecimiento ético: Natalidad, narración y hospitalidad* (pp. 125-147). Ediciones Paidós.
- Batanero, C. (2013). La comprensión de la probabilidad en los niños: ¿Qué podemos aprender de la investigación? En J. Fernandes, P. Correia, M. Martinho, & F. Viseu (Eds.), *Atas do III Encontro de probabilidades e Estatística na Escola* (pp. 1-13). Centro de Investigação em Educação. Universidade Do Minho.
- Batanero, C. (2016). Retos en la investigación sobre didáctica de la probabilidad. En R. Flores (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* (pp. 844-851). Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.
- Bennett, D. (1998). *Randomness*. Cambridge University Press. <https://doi.org/10.4159/9780674020771>
- Bishop, A. J. (1998). El papel de los juegos en educación matemática. *Uno: Revista de Didáctica de las Matemáticas*, (18), 9-19.
- Bühler, K. (2011). *Theory of language. The representational function of language*. John Benjamins. <https://doi.org/10.1075/z.164.32lan>
- Cardeñoso, J. M., & Azcárate, P. (2004). Las concepciones de los profesores de Primaria ante el conocimiento probabilístico: Implicaciones para su formación. *Revista de Educación de la Universidad de Granada*, 17, 11-35.
- David, F. N. (1955). Studies in the History of Probability and Statistics I. Dicing and Gaming (A Note on the History of Probability). *Biometrika*, 42(1/2), 1-15. <https://doi.org/10.2307/2333419>

- de Queiroz, C. (2007). Conceitos probabilísticos: ¿Quais contextos a história nos aponta? *REVEMAT-Revista Eletrônica de Matemática*, 2(1), 50-67.
- Fernández, S. (2007). Los inicios de la teoría de la probabilidad. *Suma*, (55), 7-20.
- Fischbein, E. (1975). *The intuitive sources of probabilistic thinking in children*. Reidel.
- Gal, I. (2005). Towards 'probability literacy' for all citizens: Building blocks and instructional dilemmas. En G. A. Jones (Ed.), *Exploring probability in school* (pp. 39-63). Springer.
https://doi.org/10.1007/0-387-24530-8_3
- Hegel, G. W. F. (1966). *Fenomenología del espíritu*. Fondo de cultura económica.
- Huizinga, J. (1954). *Homo Ludens*. Epublibre.
- Le Guen, O. (2018). La importancia de la gestualidad en el estudio del maya yucateco actual. *Cuadernos de Lingüística de El Colegio de México*, 5(1), 427-469. <https://doi.org/10.24201/clecm.v5i1.104>
- Mateos-Aparicio, G. (2002). Historia de la Probabilidad (desde sus orígenes a Laplace) y su relación con la Historia de la Teoría de la Decisión. En F. J. Martín (Ed.), *1^{ras} jornadas de historia de la estadística y de la probabilidad* (pp. 1-18). Universidad Complutense de Madrid.
- Ministerio de Educación Nacional de Colombia [MEN]. (1998). *Lineamientos curriculares en matemáticas*. Magisterio.
- Ministerio de Educación Nacional de Colombia [MEN]. (2006). *Estándares Básicos de Competencias en lenguaje, matemáticas, ciencias y competencias ciudadanas*. Magisterio.
- National Council of Teachers of Mathematics [NCTM]. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston.
- National Council of Teachers of Mathematics [NCTM] (2015). *De los Principios a la Acción. Para Garantizar el Éxito Matemático para Todos*. Reston.
- Radford, L. (2015). Of love, frustration, and mathematics: A Cultural-historical approach to emotions in mathematics teaching and learning. En B. Pepin, & B. Rösken-Winter (Eds.), *From beliefs and affect to dynamic systems: (exploring) a mosaic of relationships and interactions* (pp. 25-49). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-06808-4_2

- Radford, L. (2017). Aprendizaje desde la perspectiva de la Teoría de la Objetivación. En B. D' Amore, & L. Radford (Eds.), *Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas: problemas semióticos, epistemológicos y prácticos* (pp. 113-134). Universidad Distrital Francisco José de Caldas.
- Radford, L. (2018). Algunos desafíos encontrados en la elaboración de la Teoría de la Objetivación. *PNA*, 12(2), 61-80. <https://doi.org/10.30827/pna.v12i2.6965>
- Radford, L. (2019). So, you say that doing math is like playing music? The mathematics classroom as a concert hall. *La matematica e la sua didattica*, 27(1), 69-87.
- Radford, L. (2020a). Un recorrido a través de la teoría de la objetivación. En S. Takeco Gobara, & L. Radford (Eds.), *Teoria da Objetivação: Fundamentos e aplicações para o ensino e aprendizagem de ciências e matemática* (pp. 15-42). Livraria da Física.
- Radford, L. (2020b). Play and the production of subjectivities in preschool. En M. Carlsen, I. Erfjord, & P. S. Hundeland (Eds.), *Mathematics education in the early years. Results from the POEM4 conference 2018* (pp. 43-60). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-030-34776-5_3
- Radford, L. (2020c). El aprendizaje visto como saber y devenir: Una mirada desde la teoría de la objetivación. *REMATEC: Revista de Matemática, Ensino e Cultura*, 15(36), 27-42. <https://doi.org/10.37084/REMATEC.1980-3141.2020.n16.p27-42.id306>
- Radford, L. (2021). La ética en la teoría de la objetivación. En L. Radford, & M. Silva Acuña (Eds.), *Ética: Entre educación y filosofía* (pp. 107-141). Universidad de los Andes.
- Radford, L. (2023). *La teoría de la objetivación. Una perspectiva vygotskiana sobre saber y devenir en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas*. Uniandes.
- Radford, L., Edwards, L., & Arzarello, F. (2009). Beyond words. *Educational Studies in Mathematics*, 70(2), 91-95.
- Radford, L., & Sabena, C. (2015). The Question of Method in a Vygotskian Semiotic Approach. En A. Bikner-Ahsbals, C. Knipping, & N. Presmeg (Eds.), *Approaches to Qualitative Research in Mathematics Education* (pp. 157-182). Springer. https://doi.org/10.1007/978-94-017-9181-6_7
- Vásquez-Ortiz, C., & Alsina, A. (2016). Aproximación a la probabilidad en el aula de Educación Primaria. Un estudio de caso sobre los primeros elementos lingüísticos. En J. A. Macías, A. Jiménez, J. L. González, M. T. Sánchez, P. Hernández, C. Fernández, F. J. Ruiz, T. Fernández, & A. Berciano (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XX* (pp. 529-538). SEIEM.

Vergel, R. (2014). El signo en Vygotski y su vínculo con el desarrollo de los procesos psicológicos superiores. *Folios*, (39), 65-76. <https://doi.org/10.17227/01234870.39folios65.76>

Vergel, R. (2016). *Sobre la emergencia del pensamiento algebraico temprano y su desarrollo en la educación primaria*. Universidad Distrital Francisco José de Caldas.

Vergel, R., & Rojas, P. (2018). *Álgebra escolar y pensamiento algebraico: aportes para el trabajo en el aula*. Universidad Distrital Francisco José de Caldas.

Vygotsky, L. (1987). *Historia del desarrollo de las Funciones Psicológicas Superiores*. Científico-Técnica.

Vygotsky, L. S. (2007). *Pensamiento y habla*. Ediciones Colihue.

Cómo citar este artículo:

González, L., & Vergel, R. (2023). Análisis multimodal de una actividad sobre probabilidad con estudiantes de primaria. *Revista Venezolana de Investigación en Educación Matemática (REVIEM)*, 3(3), e202312. <https://doi.org/10.54541/reviem.v3i3.73>



Copyright © 2023. Liliana González, Rodolfo Vergel. Esta obra está protegida por una licencia [Creative Commons 4.0. International \(CC BY 4.0\)](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).

Usted es libre para Compartir —copiar y redistribuir el material en cualquier medio o formato— y Adaptar el documento —remezclar, transformar y crear a partir del material— para cualquier propósito, incluso para fines comerciales, siempre que cumpla la condición de:

Atribución: Usted debe dar crédito a la obra original de manera adecuada, proporcionar un enlace a la licencia, e indicar si se han realizado cambios. Puede hacerlo en cualquier forma razonable, pero no de forma tal que sugiera que tiene el apoyo del licenciante o lo recibe por el uso que hace de la obra.

[*Resumen de licencia - Texto completo de la licencia*](#)