

MODELACIÓN MATEMÁTICA DESDE EL QUEHACER DEL INGENIERO EN FORMACIÓN

MATHEMATICAL MODELLING FROM IN-TRAINING ENGINEER TASKS

MODELAGEM MATEMÁTICA A PARTIR DO TRABALHO
DO ENGENHEIRO EM FORMAÇÃO

Diana del Carmen Torres-Corrales¹ 

Gisela Montiel-Espinosa² 

¹ Instituto Tecnológico de Sonora, Sonora, México

² Centro de Investigación y de Estudios Avanzados, Ciudad de México, México

Recibido: 29/02/2024 – Aceptado: 25/06/2024 – Publicado: 23/07/2024

Remita cualquier duda sobre esta obra a: Diana del Carmen Torres-Corrales.

Correo electrónico: diana.torres14915@potros.itson.edu.mx

RESUMEN

En el marco de un estudio más amplio fundamentado en la Teoría Socioepistemológica y que utiliza el método Etnográfico para identificar y caracterizar el desarrollo de usos de las nociones trigonométricas en Ingeniería, se presentan los resultados de tres objetivos: (1) la identificación de los términos conceptuales Realidad, Modelo, Modelación Matemática y Ciclos de Modelación, como fundamentales para estudiar la Modelación Matemática en la Ingeniería; (2) la documentación, mediante un trabajo de campo en una asignatura profesionalizante, de la estrategia de Modelación Matemática que le permite a un grupo de estudiantes y su profesor abordar situaciones-problema cercanas a su quehacer profesional; y (3) la configuración de una postura en torno a la Modelación Matemática desde el quehacer del ingeniero en formación, la cual toma en cuenta la postura teórica, el escenario de la Ingeniería y los términos conceptuales fundamentales. Se concluye que la Modelación Matemática es una práctica en la que ingenieros ponen en uso tanto el conocimiento matemático como el disciplinar, ambos con igual importancia, y que la caracterización basada en los términos conceptuales elegidos aplica a las asignaturas profesionalizantes e incluso podría extenderse a otros momentos formativos donde se cursen asignaturas que incluyan teoría y laboratorio.

Palabras clave: Matemática Educativa; Modelación Matemática; Formación de ingenieros; Asignatura profesionalizante; Teoría Socioepistemológica.

ABSTRACT

From a broader study grounded in the Socioepistemological Theory that utilizes the Ethnographic method to identify and characterize the development of uses of trigonometric notions in Engineering, we present the results from three particular objectives and their respective method: (1) the identification of the concepts for Reality, Model, Mathematical Modelling and Modelling Cycles, as the conceptual foundation to study Mathematical Modelling in Engineering; (2) the documentation, through fieldwork in a professionalizing course, of the Mathematical Modelling strategy that allows a group of students and their professor to approach problem-situations close to their professional tasks; and (3) the configuration of a modeling stance from in training engineer tasks that takes into account the theoretical framework, the engineering scenario and the conceptual foundation. We concluded that Mathematical Modelling is a practice in which engineers use of both mathematical and disciplinary knowledge, both of which are equally important, and that the characterization based on the chosen conceptual terms applies to any professionalizing course and could even be extended to other formative moments that include courses with theory and laboratories.

Keywords: Mathematics Education; Mathematical Modelling; Engineer training; Professionalizing course; Socioepistemological Theory.

RESUMO

No âmbito de um estudo mais amplo baseado na Teoria Socioepistemológica e que utiliza o método Etnográfico para identificar e caracterizar o desenvolvimento dos usos das noções trigonométricas na Engenharia, são apresentados os resultados de três objetivos e seus respectivos métodos: (1) a identificação dos termos conceituais Realidade, Modelo, Modelagem Matemática e Ciclos de Modelagem, como fundamentais para o estudo da Modelagem Matemática na Engenharia; (2) a documentação, por meio de trabalho de campo em uma disciplina profissionalizante, da estratégia de Modelagem Matemática que permite a um grupo de alunos e seu professor abordarem situações-problema próximas de seu trabalho profissional; e (3) a configuração de uma postura sobre a Modelagem Matemática a partir da perspectiva do engenheiro em formação, que leva em conta a postura teórica, o cenário de engenharia e os termos conceituais fundamentais. Conclui-se que a Modelagem Matemática é uma prática na qual os engenheiros utilizam tanto o conhecimento matemático quanto o conhecimento disciplinar, ambos igualmente importantes, e que a caracterização baseada nos termos conceituais escolhidos aplica-se às disciplinas profissionalizantes e pode, inclusive, ser estendida a outros momentos formativos em que se estudam disciplinas que incluem teoria e laboratório.

Palavras-chave: Educação Matemática; Modelagem Matemática; Formação de engenheiros; Disciplina profissionalizante; Teoria Socioepistemológica.

INTRODUCCIÓN

La Ingeniería es una disciplina de amplia trayectoria y sistematización que tiene como quehacer medular el diseño. Así, los ingenieros necesitan dar respuestas inmediatas y válidas en el diseño de los sistemas (productivos, mecánicos, eléctricos, entre otros) que trabajan (Golder, 1948).

Los Modelos en la Ingeniería tuvieron una conceptualización transcendental a partir de la segunda guerra mundial. Esta conceptualización comprendió el desarrollo de la creación de diagramas para sistemas de comunicación y control que les permitieron tomar decisiones de una forma eficiente; al

acumular conocimiento compartido, las características de los Modelos se convierten en características de los sistemas reales que representan (Bissell & Dillon, 2012).

La Modelación Matemática (llamada también modelización o modelamiento) se menciona en el diseño de los programas de estudio (véase, por ejemplo, Niss & Hojgaard, 2011), en los criterios de evaluación de los organismos acreditadores (véase, por ejemplo, el marco de referencia del Consejo de Acreditación de la Enseñanza de la Ingeniería, CACEI, en México) y en la literatura en Educación de la Ingeniería. Por ejemplo, Faulkner *et al.* (2019) mencionan que un estudiante matemáticamente maduro llega a las asignaturas de último año con la habilidad de realizar Modelación Matemática. Por otro lado, Pepin *et al.* (2021) identifican, mediante un estado del arte, que la Modelación Matemática es una práctica innovadora para la enseñanza.

También la Modelación Matemática ha sido un tema de interés en la Matemática Educativa. Al respecto, Mendoza-Higuera y Cordero (2018) identificaron que los ingenieros biónicos modelan situaciones-problema de sistemas de control mediante ecuaciones diferenciales que les permiten dar instrucciones de organizar comportamientos, mientras que, para las asignaturas de matemáticas, las ecuaciones diferenciales se utilizan para hallar una solución desconocida. Por su parte, Montoya-Delgadillo y Cosmes-Aragón (2021) identifican que es posible propiciar el vínculo entre la matemática y la ingeniería a través de situaciones-problema centrados en la modelación, resultado sustentado en su estudio con ingenieros civiles en formación en la asignatura de análisis de estructuras.

De lo anterior se desprende que la investigación en Matemática Educativa en la formación de ingenieros ha atendido la Modelación Matemática como temática relevante. Este planteamiento se confirma con la revisión de literatura de Torres-Corrales e Hinojos (2023) en torno a la formación matemática de ingenieros, donde los autores señalan que 108 (82%) de los estudios reportados se han enfocado en las asignaturas de matemáticas de las Ciencias Básicas (primeros dos años de la formación escolar) para elaborar diseños didácticos que empleen los Ciclos de Modelación para la enseñanza de la matemática. La revisión tomó en cuenta 17 revistas de amplia tradición en la disciplina y seleccionó 132 artículos, 53 en español (40%) y 79 en inglés (60%), dentro del periodo 1968 al 2020.

Considerando lo anterior, se realizó un estudio cercano a la práctica profesional, en el sentido de que está próximo al quehacer profesional del ingeniero en ejercicio, que se planteó el objetivo general de identificar y caracterizar el desarrollo de usos de las nociones trigonométricas en la Ingeniería Mecatrónica, en particular en los problemas de la Robótica, reconociendo la diversidad de Modelos matemáticos que se estudian y elaboran, junto con las habilidades espaciales que han desarrollado los ingenieros, y con los cuales se construyen significados relativos, contextuales y funcionales. En este sentido, se asume una modelación desde el quehacer del ingeniero y no desde un enfoque *a priori* para su análisis.

Para presentar una forma particular de abordar la Modelación Matemática, en la formación de ingenieros, se responden aquí tres objetivos particulares de este estudio: (1) identificar los términos conceptuales que resultan fundamentales para la Modelación Matemática en la formación de ingenieros; (2) documentar, mediante un trabajo de campo, la Modelación Matemática en una asignatura profesionalizante (último año de formación), que permite a un grupo de estudiantes de Ingeniería y su profesor abordar situaciones-problema cercanas a su quehacer profesional; y (3) configurar una postura en torno a la Modelación Matemática desde el quehacer del ingeniero en formación.

REFERENTES TEÓRICOS DE PARTIDA

Desde la Teoría Socioepistemológica (TS) se reconoce que cuando una persona hace uso de la matemática, desarrolla significados funcionales delimitados al contexto y al grupo al que pertenece, y por ello aborda la construcción de conocimiento matemático como una tarea permanente de carácter social. En ese sentido, uno de los intereses principales en la investigación para la TS es comprender la sabiduría de los grupos humanos y estudiarla dentro y fuera de la escuela, por ejemplo: con el análisis de textos (libros, manuales disciplinares, obras científicas, etc.), en el quehacer de la gente (artesanos, ingenieros, profesores en servicio, entre otros) y, por supuesto, en las interacciones del sistema didáctico (conformado por el estudiantado, profesor(a) y saber matemático) en todos los niveles escolares (Cantoral *et al.*, 2015).

En síntesis, esta teoría estudia los usos del conocimiento matemático situado en prácticas contextualizadas y, con base en el cúmulo de evidencia empírica y los resultados de investigación, ha elaborado, ampliado y adaptado constructos teóricos que dan cuenta de la organización de dichas prácticas y las condicionantes del contexto que, a su vez, permiten develar emergentes sociales como el significado (matemático) construido.

Para atender al segundo y tercer objetivo planteados, se utiliza el Modelo de anidación de prácticas (Figura 1), cuya lectura de arriba hacia abajo permite explicar la organización de prácticas en términos de regulación —la práctica de referencia que regula a los niveles pragmáticos acción, actividad y práctica socialmente compartida— o como normativa —la práctica social que norma las prácticas de referencia—, mientras que la lectura de abajo hacia arriba lo hace en el sentido de los emergentes sociales —actividad como organización de acciones y práctica socialmente compartida como organización de actividades— (Cantoral, 2020; Cantoral *et al.*, 2015; Cruz-Márquez & Montiel-Espinosa, 2024).

Figura 1

Modelo de anidación de prácticas matemáticas (adaptado de Cantoral et al., 2015, p. 13)



Para la aportación que aquí se comunica, se emplearon los niveles pragmáticos de *acciones* y *actividades* articulados con una epistemología de prácticas relativas al conocimiento trigonométrico, como herramientas de análisis cualitativo para identificar e interpretar de forma directa y explícita el actuar de los grupos a través de su comunicación oral, corporal y escrita (Tabla 1), así como los posibles emergentes al nivel de *práctica socialmente compartida*. Por otro lado, se parte de la consideración de la “Ingeniería Mecatrónica como *Práctica de Referencia* en tanto dota de identidad al ingeniero y regula su quehacer en la Robótica” (Torres-Corrales & Montiel, 2020, p. 37), resultado obtenido de la fase documental del estudio que se plantea en términos de los contextos cultural, situacional y de significación donde se lleva a cabo dicho quehacer.

Tabla 1

Construcción de significado relativo a lo trigonométrico en la Ingeniería (adaptado de Torres-Corrales & Montiel, 2020, p. 41)

Epistemología de prácticas		Práctica matemática: <i>acciones</i> ¿Qué y cómo hace?
Práctica matemática: actividades ¿Para qué se hace?	Medición y proporcionalidad	Medir y hacer relaciones de proporcionalidad entre figuras o sus elementos.
	Elaboración de diagramas	Elaborar Modelos a escala y bosquejos de figuras (círculos y triángulos) u objetos cualesquiera y reconocer propiedades geométricas con o sin referencia al sistema cartesiano (plano y espacio).
	Modelación para el paso de la situación-problema al Modelo	Estudiar una situación-problema mediante un Modelo a escala o bosquejo.

La epistemología de prácticas en torno a lo trigonométrico nace en el trabajo de corte histórico de Montiel (2011), el cual se ha ido robusteciendo por medio de un programa de investigación que ha problematizado la trigonometría en diversos escenarios históricos y didáctico-experimentales; de estos últimos, unos se han llevado a cabo con el estudiantado y otros con el profesorado, ambos casos en distintos niveles educativos. La investigación que cobija lo que se reporta en el presente amplía estos escenarios a uno cercano al ámbito profesional en el campo de la Ingeniería.

Con base en la experiencia docente en Ingeniería de la primera autora de este artículo, se parte de reconocer que el estudiantado y el profesor de Ingeniería Mecatrónica, participantes del estudio, llevan a cabo una práctica de Modelación Matemática propia del escenario de trabajo de la Robótica Industrial, en una asignatura profesionalizante que incluye teoría (3 horas semanales) y laboratorio (2 horas semanales). Este escenario resulta ideal para estudiar dicha práctica pues está arraigada al trabajo profesional y esto se refleja en la asignatura elegida para el estudio: en la teoría se estudia el fundamento matemático detrás del funcionamiento de los robots y en el laboratorio se realizan tareas del manejo técnico de tres robots industriales convencionales de seis, cinco y cuatro grados de libertad.

METODOLOGÍA Y MÉTODOS

De acuerdo con la clasificación de Ríos-Cabrera (2020), la investigación que aquí se reporta se sitúa en una metodología de naturaleza cualitativa con un paradigma interpretativo de los datos, tiene un alcance descriptivo y explicativo y, por la fuente de datos, es documental y de campo. En particular, se emplea el método Etnográfico (Geertz, 2006); una descripción detallada de la postura epistemológica, técnicas para recoger datos y la configuración para el estudio se reportan ampliamente en Torres-Corrales *et al.* (2020).

Para atender al primer objetivo de investigación se realiza una revisión bibliográfica que consta de dos momentos: (1) establecer los criterios para la selección y síntesis de documentos; y (2) revisar estudios globales de modelación en Matemática Educativa.

Para atender al segundo objetivo de investigación, se realiza un trabajo de campo que se organiza en dos momentos: (1) planear la realización del trabajo de campo tomando en cuenta un calendario de tareas, el trámite de permisos de los participantes y el diseño de las técnicas e instrumentos de toma de datos; y (2) ejecutar el trabajo de campo utilizando las técnicas e instrumentos diseñados, permitiendo ajustes según sea necesario.

Para atender al tercer objetivo de investigación se realiza un análisis cualitativo de los datos que consta de dos momentos: (1) realizar una descripción densa del quehacer de los participantes para interpretar su significado a través de la herramienta analítica mostrada en la Tabla 1; para Geertz (2006), la descripción densa es una síntesis que recrea las interacciones humanas para interpretar el significado a través de la teoría utilizada; y (2) elaborar una caracterización de los términos conceptuales de modelación que articule la postura teórica, el escenario de la Ingeniería y los términos conceptuales fundamentales de la revisión bibliográfica.

RESULTADOS

TÉRMINOS CONCEPTUALES FUNDAMENTALES

La revisión de literatura, que incluye 46 fichas bibliográficas, se hizo de manera manual a través de una búsqueda en bases de datos especializadas y en memorias de eventos académicos en los idiomas español e inglés. Se consultaron los documentos en el siguiente orden de prioridad: artículos científicos, libros especializados, capítulos de libro, extensos en memorias y tesis de posgrado. Para cada documento, se elaboraron fichas bibliográficas donde se señala: objeto de estudio, fundamento teórico, métodos de recolección y análisis de datos, resultados y conclusiones.

Los estudios globales consultados fueron: (1) International Commission on Mathematical Instruction (ICMI-14), escrito por catorce autores (Blum *et al.*, 2002); (2) Modelling and Applications in Mathematics Education, editado por Blum *et al.* (2007); (3) Investigaciones Latinoamericanas en Modelación en Matemática Educativa, compilado por Arrieta y Díaz (2016); (4) Revista Latinoamericana de Etnomatemática, que recopila diez años de aproximaciones socioculturales en Latinoamérica en 2018; y (5) Celebration of 50 years of ZDM Mathematics Education en 2018.

En Biembengut (2016) se relata que la Modelación Matemática ha sido un tópico de investigación por más de 60 años, siendo tres grupos los que la consolidan: en 1958 la School Mathematics Study Group (SMSG), a finales de la década de 1960 Henry Pollak y en 1983 cuando se funda el International Study Group for the Teaching of Mathematical Modelling and Applications (ICTMA).

De los estudios globales se identifica que la definición de *Modelación Matemática* no es única debido a que está sujeta a la postura que se tenga de *Realidad* (implícita o explícita) y de *Modelo matemático*. También se describen *Ciclos de Modelación* para su enseñanza; sin embargo, se ha tomado la decisión metodológica de omitir una elección *a priori* a este respecto dado que la investigación pretende reconocer la diversidad de Modelos que estudia y construye la Ingeniería Mecatrónica al resolver problemas de la Robótica, con énfasis en el uso de nociones trigonométricas.

Respecto a las posturas en torno a la *Realidad*, autores como Arrieta y Díaz (2015) y Cordero (2011) mencionan que el significado de Realidad se desarrolla junto al conocimiento matemático; dado su significado, depende de lo que dicen y hacen las personas, y responde a un determinado contexto histórico y cultural; ambos casos se reportan en investigaciones de corte social. Cabe resaltar que el 90% de los estudios consultados no explicitan el significado de Realidad que utilizan.

En lo que respecta a la concepción de *Modelo* en Matemática Educativa, si bien éste es un debate abierto, diversos autores coinciden que puede considerarse como caracterizaciones de una Realidad para fines específicos (véanse, por ejemplo, Barbosa, 2009 y Villa-Ochoa, 2016).

Respecto al término *Modelación Matemática* se identificaron doce caracterizaciones, las cuales coinciden en que la modelación va más allá de tomar un problema de la Realidad y transformarlo en un

Modelo para resolverlo, porque la modelación presta atención a la congruencia de los resultados matemáticos correctos y razonables con la Realidad que se estudia (véanse, por ejemplo, Biembengut, 2016; Blum *et al.* 2002; Lesh & Caylor, 2007; Orey & Rosa, 2007).

Se identificaron ocho *Ciclos de Modelación* y dos posturas dominantes: la cognitiva y la social, las cuales consideran la experiencia empírica de los participantes. Sin embargo, únicamente dos de los ciclos (véanse Blum & Borromeo-Ferri, 2009; Rodríguez-Gallegos, 2010) incluyen una fase explícita de validación de la solución matemática con la Realidad analizada, lo que contrasta con la consideración de la congruencia presentada previamente.

Los Ciclos de Modelación tienen el objetivo de desarrollar la competencia de resolver situaciones-problema en los estudiantes, por lo que admiten realizar varias iteraciones y ajustes según se requieran, pudiéndose obtener los datos desde la descripción del enunciado, la experimentación con aparatos de medición en condiciones controladas y la simulación con software. *Grosso modo*, los ciclos siguen el proceso: delimitar la Realidad para estudiar una situación-problema, elaborar modelos matemáticos (tablas, gráficas, ecuaciones, etc.) de la situación-problema y concluir la solución en términos matemáticos.

RECUESTO DEL TRABAJO DE CAMPO

Para tener acceso a una universidad mexicana —el Instituto Tecnológico de Sonora (ITSON)— en la planeación del trabajo de campo, se elaboraron por escrito cartas de permisos y consentimiento informado del profesor que fue el enlace, mientras que las cartas correspondientes a los estudiantes se firmaron al iniciar las sesiones de clase.

Para elegir el programa educativo y la asignatura profesionalizante, se hizo una revisión de contenido trigonométrico en los planes y programas de estudio de Ingeniería de la universidad. Se seleccionó la asignatura profesionalizante de Robótica Industrial, que se compone de clases de teoría (3 horas semanales) y laboratorio (2 horas semanales) y cuya competencia disciplinar es resolver tres situaciones-problemas de robots industriales seriales: cinemático directo, cinemático inverso y jacobiano.

Para acotar la investigación, se profundizó en el problema cinemático directo por su énfasis en el análisis de diagramas, aunque el trabajo de campo se hizo de la duración completa del semestre, dada la conducción del método Etnográfico. La descripción detallada del contenido trigonométrico de la etapa documental se puede consultar en Torres-Corrales y Montiel (2020), en la cual se logra la comprensión preliminar del quehacer de la Robótica Industrial mediante un análisis curricular con la técnica observación no participante.

Las técnicas etnográficas elegidas para el trabajo de campo fueron la observación participante con grados de implicación pasivo-moderado-activo de acuerdo con la familiaridad en su ejecución, la entrevista en profundidad para el profesor y los grupos de discusión para dialogar acerca de la observación participante con los estudiantes. Cada técnica fue acompañada de un diario de campo para el registro de la observación participante y un guion de entrevista que incluía su conducción (Torres-Corrales & Montiel-Espinosa, 2022).

La ejecución del trabajo de campo fue durante el semestre agosto-diciembre del 2018. Participaron 47 estudiantes (42 hombres y 5 mujeres), que tenían entre 21 a 24 años, y un profesor quien impartió las clases de teoría y laboratorio. El profesor cuenta con credenciales académicas de pregrado y posgrados afines a la Ingeniería Mecatrónica, una experiencia docente de alrededor de 30 años y también experiencia en la industria.

El contenido registrado de los temas de Robótica Industrial es amplio (Tabla 2), alrededor de 500 páginas en procesador de texto. La técnica de observación participante se utilizó durante 55 horas, de la cual se elaboraron diarios de campo individuales y los registros complementarios de 71 audios, 24 videos y 196 fotografías. Mientras que la técnica de entrevista en profundidad se utilizó de manera recurrente con el profesor para aclarar dudas y ampliar la observación participante; y la técnica de grupos de discusión con los estudiantes durante 7 horas y 40 minutos para dialogar acerca de la observación participante, de la cual se elaboraron tres reportes con sus respectivas transcripciones de audio y video.

Tabla 2

Contenido de Robótica Industrial registrado con la observación participante

Temas	Teoría (temas)	Laboratorio (tareas)
Antecedentes históricos que dieron origen a la Robótica, las partes constitutivas y la clasificación de robots.	1.1 Los robots y sus aplicaciones, 1.2 Partes constitutivas de un Robot.	1. Conocimiento del robot Fanuc m16i, 2. Movimiento del robot usando el método <i>joint</i> , 3. Movimiento del robot usando el método <i>world</i> , 4. Movimiento del robot usando el método <i>tool</i> .
Elementos matemáticos para la definición de las ecuaciones de la cinemática de los robots y el análisis de la cinemática directa.	2.1 Matriz de traslación, 2.2 Matriz de rotación, 2.3 Cambio de coordenadas, 2.4 Representación de la localización de un objeto en el espacio. 3.1 Síntesis y análisis, 3.2 Cinemática de robots, 3.3 Grados de libertad (3.3.1 Punto de vista de la teoría de máquinas y mecanismos, 3.3.2 Punto de vista de la Robótica), 3.4 Cálculo de la región accesible, 3.5 Utilidad de las transformaciones homogéneas, 3.6 Orientación y posición del órgano efector (3.6.1 Orientación, 3.6.2 Posición), 3.7 Matrices de elemento, 3.8 Problema cinemático directo, 3.9 Ejemplos: robots Stanford, Scara, articulado y esférico.	4. Movimiento del robot usando el método <i>tool</i> (individual, continuación), 5. Creación de un programa en el <i>teach pendant</i> (equipo), 6. Tablero de ajedrez (equipo). 7. Movimiento de una pieza de madera de un punto a otro (equipo).
Análisis de la cinemática inversa y la obtención de la matriz Jacobiana para el análisis de velocidad del robot.	3.10 Problema cinemático inverso, 3.11 Ejemplo: Robot Stanford, 3.12 Orientación del órgano efector, 3.13 Cinemática inversa de un brazo planar de tres eslabones y de un brazo articulado de tres eslabones (extra al plan de clases). 4.1 Punto de vista de la Cinemática de Máquinas, 4.2 Propagación de velocidad de eslabón a eslabón, 4.3 El Jacobiano del manipulador (4.3.1 Robot planar: 2 eslabones, 4.3.2 Robot planar: 3 eslabones, 4.3.3 Jacobiano de un Robot Scara).	8. Movimiento de una pieza de madera de un punto a otro (equipo, continuación), 9. Ensamblado de una pieza de madera dentro de otra pieza (equipo).

ANÁLISIS CUALITATIVO

De forma sintética se presenta la descripción densa del quehacer de los participantes, la cual requirió de una organización, selección y análisis cualitativo por tema y luego transversal entre los temas. Para ello se elaboró un documento con los episodios correspondientes a la Modelación Matemática que fueron registrados en los diarios de campo y reportes de entrevista de las tres prácticas matemáticas establecidas al nivel de *actividad*: medición y proporcionalidad, elaboración de diagramas y modelación para el paso de la situación-problema al Modelo.

Los episodios incluyen una explicación detallada con apoyos visuales (fotografías) y en texto (se transcribieron las explicaciones verbales y escritas) de los participantes. El análisis cualitativo de los episodios se sintetizó en tablas hasta lograr la interpretación de los significados matemáticos buscados en nuestro objeto de estudio, los cuales se respaldan con la validación cualitativa entre técnicas, instrumentos de toma de datos y las investigadoras del estudio.

Durante las sesiones de Robótica Industrial, el profesor condujo los temas en las clases y los estudiantes tomaron notas. Los grupos de discusión tuvieron la participación de seis estudiantes voluntarios (cinco hombres y una mujer) que fueron seleccionados por el criterio bola de nieve como informantes clave de los 47 estudiantes (42 hombres y 5 mujeres) participantes.

Los grupos de discusión se realizaron en equipos y días diferentes, dada la recomendación de la técnica, y consistieron en realizar una a una las preguntas del guion por parte de la moderadora (primera autora). En concordancia con el método Etnográfico, los estudiantes son considerados como grupos homogéneos porque sus intervenciones para responder las preguntas y dialogar fueron para ampliar las respuestas entre compañeros, sin ser repetitivas.

De manera consistente y a lo largo de la mayoría de los temas se presentaron las tres prácticas matemáticas en el nivel de *actividad*. La tarea analítica fue identificar las prácticas matemáticas a nivel de *acción* asociadas a cada *actividad* (Tabla 3).

Tabla 3

Descripción densa de las prácticas matemáticas al nivel acción en Robótica Industrial

Práctica matemática: actividades ¿para qué se hace?	Práctica matemática: acciones ¿qué y cómo hace?
Medición y proporcionalidad	Utilizaron métricas basadas en fichas técnicas de los robots y la <i>regla de la mano derecha</i> . Realizaron movimientos de traslación y giro con su cuerpo (hombro, codo, muñeca, mano y cadera) en analogía con los movimientos prismático y rotacional del robot, respectivamente.
Elaboración de diagramas	Realizaron en bosquejos los diagramas cinemáticos, en especial para resolver el problema cinemático directo y para resolver el problema cinemático inverso y el jacobiano se les proporcionaron los diagramas.
Modelación para el paso de la situación-problema al Modelo	Ejecutaron el algoritmo de solución para resolver el problema de la Robótica, el problema central del curso fue resolver el problema cinemático directo con la adaptación del profesor al algoritmo Denavit-Hartenberg.

La *medición y proporcionalidad* fue un acuerdo verbal expresado por el profesor a los estudiantes, porque los robots poseen medidas estándar de longitud y de sus ángulos especificadas en las fichas técnicas del fabricante, señalando que por ello las dejan expresadas como variables al resolver los problemas; en una ocasión, en el laboratorio, los estudiantes verificaron las medidas de las fichas técnicas de los robots. Por su parte, la *regla de la mano derecha* fue una convención utilizada de distintas maneras para resolver problemas en la teoría y para validar la manipulación física del robot antes de accionar indicaciones con el *teach pendant* (control); por seguridad, la manipulación de los robots se hizo en modo de enseñanza que refiere a una velocidad del 50 % (Figura 2).

Figura 2

Episodios de medición y proporcionalidad, parte 1 de 2



Los robots industriales poseen dos tipos de pares cinemáticos: prismático y rotacional. Si bien el movimiento del par prismático es desplazarse, por efecto del movimiento del robot este también gira. En el laboratorio, el robot Fanuc m16i tiene una muñeca con tres grados de libertad, los cuales señaló el profesor como: *pitch* ángulo de elevación, *yaw* que refiere a barrido o derrape (estos conceptos no los indican los libros de bibliografía) y *roll*, que es giro (Figura 3).

Figura 3

Episodios de medición y proporcionalidad, parte 2 de 2

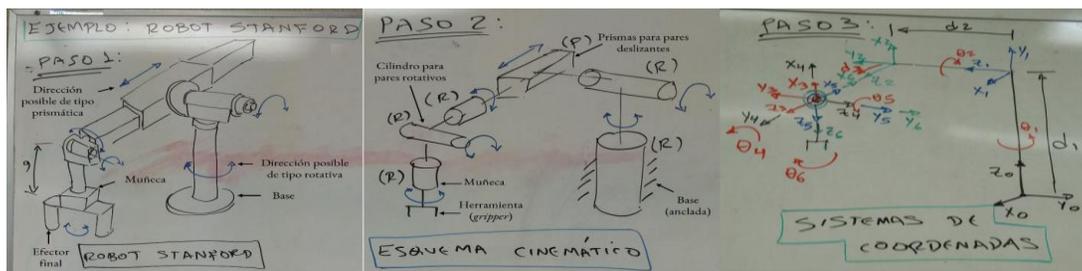


La *elaboración de diagramas*, se hizo en bosquejo (dibujos) para entender desde el punto de vista de la Cinemática las tres situaciones referidas al movimiento del robot: (1) la cinemática directa, que consiste en determinar la posición y orientación del efector final, respecto al sistema de referencia global; (2) la cinemática inversa, que consiste en determinar a partir de un punto definido en el espacio de trabajo del robot, la situación (posición y orientación) del efector final con respecto al sistema de referencia global; y (3) el jacobiano, que consiste en el análisis de la propagación de la velocidad de los eslabones.

La mayor cantidad de diagramas que se realizaron en el curso de Robótica Industrial corresponden al problema cinemático directo. Sistemáticamente elaboraron tres diagramas consecutivos en bosquejo y que aumentan en grado de complejidad: dibujar al robot con los posibles movimientos (grados de libertad) de los pares cinemáticos, dibujar los pares cinemáticos con prismas y cilindros de acuerdo con el tipo de movimiento permitido, y dibujar adjuntando el sistema cartesiano la situación del robot de cada par cinemático (Figura 4).

Figura 4

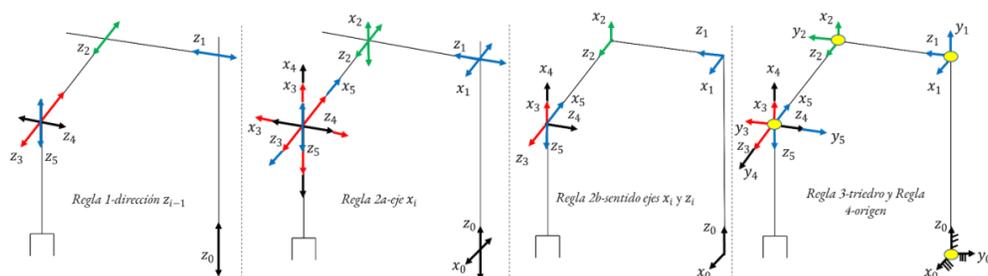
Episodios de elaboración de diagramas, parte 1 de 2



El diagrama de alambre (paso 3 de la figura anterior) es factible porque los eslabones son considerados rígidos y sin masa. Su elaboración requiere de seguir las reglas del algoritmo de Denavit-Hartenberg: establecer la posible dirección del eje z_{i-1} permitido por el par cinemático, establecer la posible dirección del eje x_i el cual es perpendicular a z_i y al z_{i-1} , y formando la *regla de la mano derecha* establecer el eje y_i y señalar el sistema xyz de cada par cinemático de acuerdo con la intersección de la normal común entre los ejes de los pares (Figura 5).

Figura 5

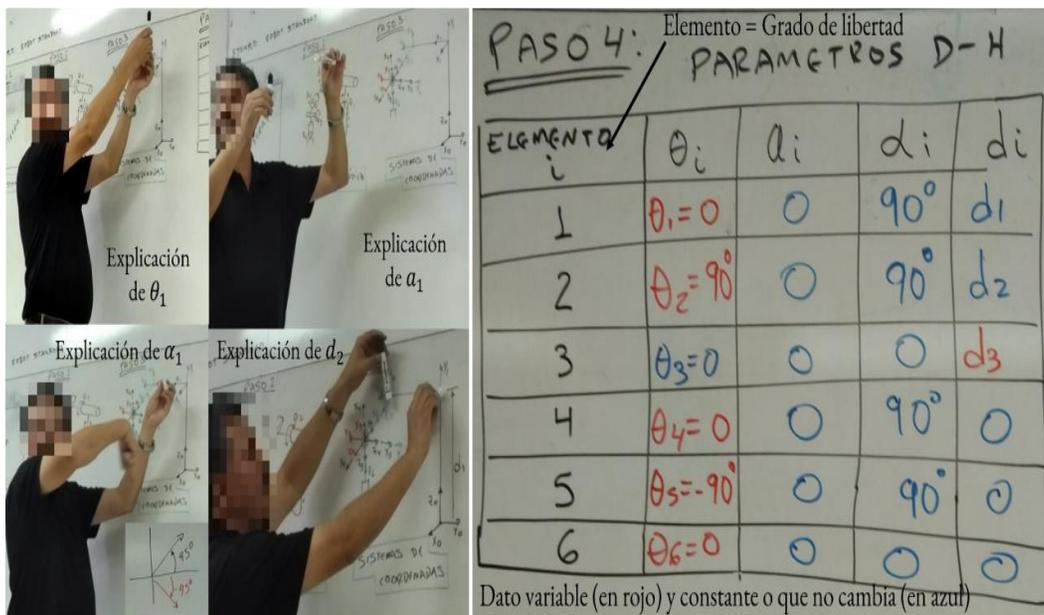
Episodios de elaboración de diagramas, parte 2 de 2



Con base en lo anterior, se identifica que la *modelación para el paso de la situación-problema al Modelo* se lleva a cabo por medio de la elaboración de diagramas (ver Figuras 4 y 5), tablas de parámetros, ecuaciones matriciales y validación de la solución matemática con el diagrama, ya sea del problema cinemático directo, cinemático inverso o jacobiano, bajo el supuesto que la solución matemática que aceptan sea congruente mecánicamente con el robot. Por ejemplo, para resolver el problema cinemático directo utilizaron la adaptación del algoritmo Denavit-Hartenberg elaborada por el profesor (Figura 6), la cual se basa en el artículo de Denavit y Hartenberg (1955); si bien hay un avance en tecnología referente al control ejecutado por las computadoras de los robots y nuevos materiales para el subsistema de movimiento (metales, plásticos, motores, etc.), la parte mecánica sigue trabajando igual en lo que refiere a su matematización.

Figura 6

Episodios de la modelación para el paso de la situación-problema al Modelo, parte 1 de 2



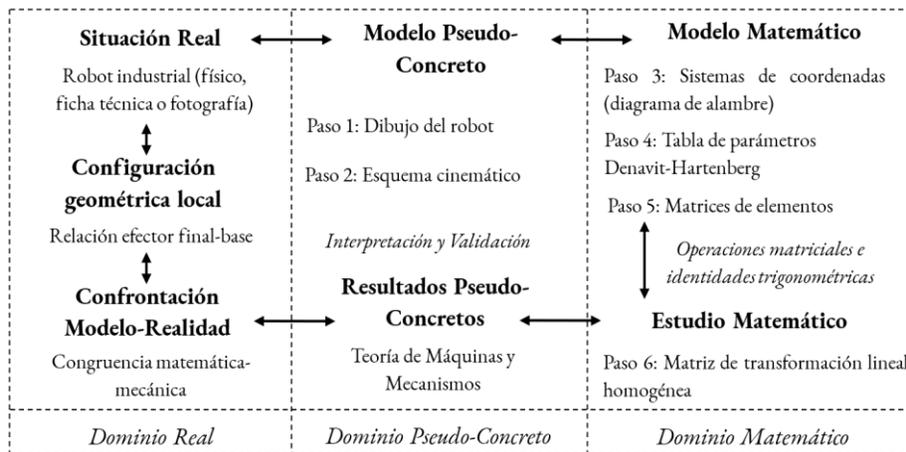
El paso 5 y 6 del algoritmo Denavit-Hartenberg consiste en formar las matrices de elementos de cada par cinemático del robot y efectuar las operaciones matriciales, respectivamente. El orden para efectuar el producto de las matrices debe ser congruente con el movimiento del robot para establecer la transformación total, la cual incluye una submatriz de rotación y una submatriz de traslación que modela el movimiento complejo resultante y secuencial de rotar y desplazarse de los pares cinemáticos del robot. Una matriz de transformación lineal en coordenadas homogéneas se muestra en (ec 1), donde $C\theta_i$ y $S\theta_i$ hacen referencia al coseno del ángulo y seno del ángulo.

$$T_{total} = \begin{pmatrix} C\theta_1 C\theta_2 & S\theta_1 & C\theta_1 S\theta_2 & | & d_3 C\theta_1 S\theta_2 + d_2 S\theta_1 \\ S\theta_1 C\theta_2 & -C\theta_1 & S\theta_1 S\theta_2 & | & d_3 S\theta_1 S\theta_2 - d_2 C\theta_1 \\ S\theta_2 & 0 & -C\theta_2 & | & -d_3 d_3 C\theta_2 \\ 0 & 0 & 0 & | & 1 \end{pmatrix} \dots \dots \dots (ec 1)$$

El proceso de adaptación del algoritmo Denavit-Hartenberg incluye la modelación para el paso de la situación-problema al Modelo (diagramas, tablas de parámetros y ecuaciones matriciales) y de los Modelos a la situación-problema, bajo los supuestos del conocimiento disciplinar de la Ingeniería que aplique y el sistema (robot en este caso) que se estudie (Figura 7). En estas transiciones se identifica el ciclo de modelación que reporta Rodríguez-Gallegos (2010) y sitúa en el contexto de la Ingeniería.

Figura 7

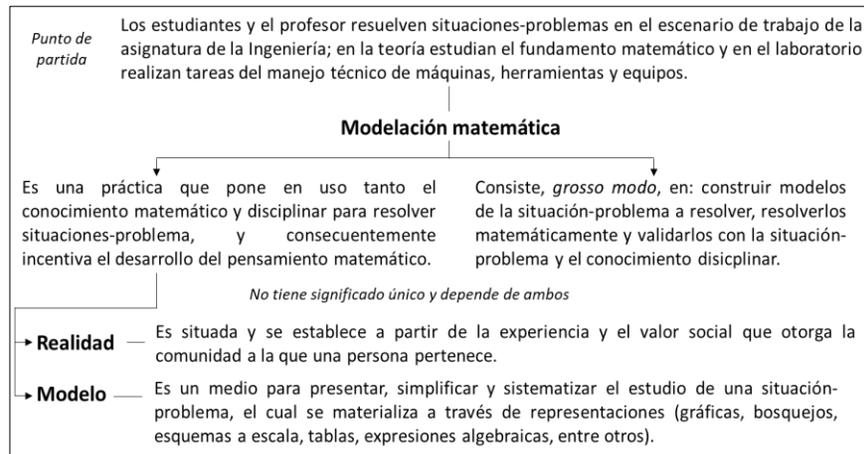
Episodios de la modelación para el paso de la situación-problema al Modelo, parte 2 de 2 (basado en Rodríguez-Gallegos, 2010, p. 18)



Con base en los resultados previos, en la Figura 8 se sintetiza la caracterización de los términos conceptuales para estudiar la modelación en la Ingeniería. Cabe señalar que para caracterizar el término ‘Realidad’ se recurrió a documentos adicionales porque, como se mencionó en la revisión bibliográfica, su acepción era implícita en el 90% de los estudios consultados. Considerando que el estudio que enmarca los resultados aquí reportados se sitúa en un paradigma social, hubo que orientar esta caracterización hacia posturas que reconocieran el carácter situado del término. Por ejemplo, Olivé y Pérez-Tamayo (2011) y Monk (2012) plantean que no se tiene una concepción de Realidad única y aplicable para todos, por lo que su significado se sujeta a las formas de pensamiento de la persona, y éste se modifica y enriquece con las consecuencias de las acciones y juicios de valor de la comunidad a la que pertenece.

Figura 8

Modelación Matemática del ingeniero en formación



DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

En este escrito se atendieron tres objetivos de un estudio más amplio en torno a los usos de las nociones trigonométricas en la Ingeniería Mecatrónica. Cada objetivo requirió de métodos particulares para la obtención de resultados parciales que, posteriormente, se analizaron de forma integrada para caracterizar la Modelación Matemática del ingeniero en formación.

El resultado del primer objetivo fue la identificación de los términos conceptuales *Realidad*, *Modelo*, *Modelación Matemática* y *Ciclos de Modelación*, como fundamentales para estudiar la Modelación Matemática en la Ingeniería. Para ello se especificó una revisión bibliográfica que, sin ser exhaustiva, se propone ser viable y congruente con el trayecto formativo de estudiantes de Ingeniería de una universidad mexicana a la que se tuvo acceso.

El resultado del segundo objetivo fue la documentación mediante un trabajo de campo de la Modelación Matemática desde la práctica misma de la Ingeniería. En particular se configuró y ejecutó un método Etnográfico impregnado con las herramientas de análisis cualitativo de la TS; de ahí que los instrumentos de toma de datos permitieron el registro sistemático de la información para responder al planteamiento del problema de investigación.

Por ello, los diarios de campo y guiones de entrevista utilizados al ejecutar las técnicas de observación participante y grupos de discusión, respectivamente, incluyeron el registro sistemático de la modelación de las tres prácticas establecidas a nivel de *actividad*: medición y proporcionalidad, elaboración de diagramas y modelación para el paso de la situación-problema al Modelo. También se incluyeron las preguntas ¿cómo realizaron la modelación?, ¿analizaron o diseñaron diagramas cinemáticos (Modelos geométricos)? alusivas al interés teórico de corroborar y robustecer la epistemología de prácticas de las nociones trigonométricas reportadas por Montiel (2011). De esta

manera, la herramienta teórica-analítica mostrada en la Tabla 1 parte de establecer a las prácticas matemáticas al nivel de *actividad* como organizadoras del conocimiento matemático, y la tarea realizada fue estudiar e identificar cuáles son las prácticas matemáticas al nivel de *acción* que la Ingeniería realiza.

Por su parte, el tercer objetivo tuvo dos resultados. El primer resultado fue la descripción densa de las prácticas matemáticas al nivel de *acción* en Robótica Industrial (ver Tabla 3), para lo cual se especificó una documentación del trabajo de campo que comprendió la triangulación entre técnicas, instrumentos y la interpretación del análisis teórico cualitativo de las investigadoras. Mientras que el segundo resultado fue la caracterización de los términos conceptuales de la Modelación Matemática (ver Figura 8) que toma en cuenta la postura teórica, el escenario de la Ingeniería y los términos conceptuales fundamentales identificados de la revisión bibliográfica.

La descripción densa de las prácticas matemáticas al nivel de *acción* en Robótica Industrial constituye una interpretación de significados matemáticos que están organizados y delimitados por la epistemología de prácticas de las nociones trigonométricas (relación y cantidad) y el conocimiento disciplinar de la Robótica Industrial (Torres-Corrales & Montiel-Espinoza, 2022).

Las prácticas matemáticas al nivel de *acción* se identificaron de forma directa y explícita del actuar del profesor y los estudiantes de Ingeniería a través de la comunicación oral, corporal y escrita registrada con el trabajo de campo, que a modo de evidencia se mostraron en episodios y se sintetizan en cuatro acciones (ver Tabla 3):

- De la medición y proporcionalidad, además de medir con una escala, se reconoce que es válido utilizar métricas (fichas técnicas y la *regla de la mano derecha*) y realizar movimientos corporales que son análogos con los movimientos de los robots.
- De la elaboración de diagramas, además de diagramas a escala, se reconoce que son válidos los diagramas en bosquejo para estudiar un objeto (robot) y su rol es fundamental para entender la situación-problema, analizar alternativas de solución y validar la respuesta numérica o algebraica que se acepte como solución, *versus* el único rol como imagen ilustrativa que se fomenta en las asignaturas de Matemáticas (Torres-Corrales & Montiel-Espinoza, 2022).
- De la modelación para el paso de la situación-problema al Modelo, además de estudiar un objeto real mediante un diagrama, se reconoce que es necesario ir del diagrama a la situación-problema para asegurar congruencia con el conocimiento disciplinar que se atiende. También que se hace necesario especificar la ejecución de la solución, en este caso, el algoritmo que se sigue para resolver el problema de la Robótica particular y que se generaliza como un ciclo de modelación caracterizado con base en la evidencia empírica del trabajo de campo; de aquí que en Torres-Corrales & Montiel (2019) se identifica en los Modelos pseudo concretos (dibujos y esquemas cinemáticos) la razón de ser de la Trigonometría como herramienta de la Robótica: determinación de la posición en el círculo (o circularidad,

cuando el círculo no es explicitado en los Modelos; en sentido análogo a como Rotaeché y Montiel (2017) refieren al uso del ángulo como *angularidad*) o sector circular.

La caracterización de los términos conceptuales para configurar el planteamiento de la Modelación Matemática en la Ingeniería es el resultado del refinamiento que se logra a medida que se ejecuta la investigación y se ajustan las caracterizaciones conceptuales con los datos empíricos. En particular, esta caracterización toma en cuenta tres consideraciones:

- El quehacer de la Ingeniería Mecatrónica es transmitido por el profesor y se va conformando en el escenario particular del aula con la participación de los estudiantes en la organización de prácticas.
- El planteamiento de la Modelación Matemática como *práctica socialmente compartida* de la Ingeniería, en general, tiene una función reguladora (de *actividades*), en tanto es una práctica de reproducción estable en el colectivo (de las y los ingenieros) para abordar situaciones-problema.
- La postura epistemológica del método Etnográfico, la cual se basa en los trabajos del antropólogo Geertz (2006) que considera a la cultura de los grupos humanos como un componente del pensamiento que produce y genera significados. Por lo tanto, el pensamiento, la cultura y el significado tienen una naturaleza social, cuyo actuar es público con referencia a las herramientas disponibles; por ejemplo, alguien no hace o finge un guiño sin saber lo que significa (contraer el párpado, burla o tic nervioso).

Las caracterizaciones de ‘Realidad’ y ‘Modelo’ buscan coherencia y articulación con el planteamiento de los principios de relativismo epistemológico y racionalidad contextualizada de la TS (Cantoral *et al.*, 2015); y se refinaron con los ejercicios de configurar el método Etnográfico para la investigación completa (Torres-Corrales *et al.*, 2020) y la herramienta analítica para estudiar los usos de las nociones trigonométricas (Torres-Corrales & Montiel, 2020). Con ello fue posible identificar técnicas y Modelos que no están presentes en el currículo de la Ingeniería Mecatrónica, pero son propios de la Ingeniería en general y del campo particular donde se ubica la situación-problema de la Robótica y ponen en uso las nociones trigonométricas.

La caracterización de la Modelación Matemática, como práctica que pone en uso tanto el conocimiento matemático y disciplinar, se refinó con los resultados de cada etapa de la investigación. La etapa documental, referente al análisis curricular de Robótica Industrial con la técnica observación no participante (Torres-Corrales & Montiel, 2020), permitió un primer acercamiento a la comprensión de los usos de nociones trigonométricas relacionadas con el problema cinemático directo; aquí se tuvo la necesidad de consultar libros de Matemáticas, Física e Ingeniería de la sección

curricular asociada a dichos contenidos porque se identificó que el entendimiento del conocimiento matemático y disciplinar en este escenario es igual de importante; de hecho, no se puede entender un conocimiento sin el otro para los tipos de problemas.

Por ello, con base en lo anterior, se plantea que la caracterización de los términos conceptuales para estudiar la Modelación Matemática en la Ingeniería aplica a las asignaturas profesionalizantes (último año de formación) en general y puede extenderse a otros momentos formativos donde se cursen asignaturas que incluyan teoría y laboratorio, ya sea en Ciencias de la Ingeniería (mitad de la formación escolar) o Ciencias Básicas (primeros dos años de la formación escolar); en la teoría se estudia el fundamento matemático de situaciones-problema, y en el laboratorio se realizan tareas del manejo técnico de máquinas, herramientas y equipos. Con base en esto y la compatibilidad con el ciclo de modelación de Rodríguez-Gallegos (2010) es que se considera que, si bien las prácticas en los niveles acción-actividad se caracterizan y organizan acorde a la situación-problema y los saberes matemáticos y disciplinares en juego, su coordinación en una práctica de modelación es compartida por quienes participan de la cultura de la Ingeniería.

De esta manera, mediante la configuración teórica-metodológica de la investigación y su validación con los datos empíricos fue posible estudiar la modelación de un grupo de Ingeniería en la complejidad de su Realidad, lo que implicó entender a profundidad los conocimientos (matemáticas y otros) que pusieron en uso. Esto ejemplifica el porqué la Modelación Matemática en los estudios socioepistemológicos no consideran a la Realidad, o aquello que ha de ser modelado, como extra-matemática, sino que asume a la matemática como parte del hacer de las personas dentro de la Realidad.

Con el análisis del quehacer de la Ingeniería Mecatrónica realizado desde la TS fue posible caracterizar las prácticas matemáticas (ver Tabla 3) atendiendo a la par el conocimiento disciplinar que, en conjunto, permiten la construcción de significados relativos, contextuales y funcionales en los problemas de la Robótica Industrial. De esta manera, la problematización de la modelación en una sección curricular de una asignatura profesionalizante permite entender los criterios conceptuales robustos de la Modelación Matemática necesaria para atender las situaciones-problema de la Ingeniería escolar cercano al egreso y que serán un referente para ejercer la profesión. Así, el estudio de caso mostrado ejemplifica que incluir la Modelación Matemática en el diseño de los planes y programas de estudio de Ingeniería no es un asunto trivial porque, como competencia, debe ser desarrollada gradualmente a lo largo del currículo.

Finalmente, señalamos que con este planteamiento buscamos comunicar el inicio de una línea de investigación que irá robusteciendo las caracterizaciones teóricas y las herramientas metodológicas para el estudio de la Modelación Matemática en distintos escenarios de la Ingeniería.

ACLARATORIAS

Las autoras declaran no tener ningún conflicto de interés. La investigación fue un proyecto doctoral realizado en el Departamento de Matemática Educativa del Centro de Investigación y de Estudios Avanzados (Cinvestav) en México en el periodo 2016-2020. Se tuvo como fuente de financiamiento la beca 598417 que otorga el Consejo Nacional de Humanidades, Ciencias y Tecnologías (Conahcyt) de México.

REFERENCIAS

- Arrieta, J., & Díaz, L. (2015). Una perspectiva de la modelación desde la Socioepistemología. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 18(1), 19-48.
<https://doi.org/10.12802/relime.13.1811>
- Arrieta, J., & Díaz, L. (2016). *Investigaciones latinoamericanas en modelación en matemática Educativa*. Gedisa.
- Barbosa, J. (2009). Modelagem e modelos matemáticos na Educação Científica. *Alexandria: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia*, 2(2), 69-85.
- Biembengut, M. (2016). Modelaje matemático en la educación brasileña: Historia de las ideas e ideas de las historias. En J. Arrieta, & L. Díaz (Coords.), *Investigaciones latinoamericanas en modelación en matemática educativa* (pp. 89-108). Gedisa.
- Bissell, C., & Dillon, C. (2012). *Ways of thinking, ways of seeing. Mathematical and other modelling in Engineering and Technology*. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-3-642-25209-9>
- Blum, W., & Borromeo-Ferri, R. (2009). Mathematical modelling: Can it be taught and learnt? *Journal of Mathematical Modelling and Application*, 1(1), 45-58.
- Blum, W., Galbraith, P., Henn, H., & Niss, M. (2007). *Modelling and applications in Mathematics Education*. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-0-387-29822-1>
- Blum, W., Alsina, C., Biembengut, M., Bouleau, N., Confrey, J., Galbraith, P., Ikeda, T., Lingefjärd, T., Muller, E., Niss, M., Verschaffel, L., Wang, S., Hodgson, B., & Henn, H. (2002). ICMI Study 14: Applications and modeling in Mathematics Education - Discussion document. *Educational Studies in Mathematics*, 51(1-2), 149-171. <https://doi.org/10.1023/A:1022435827400>
- Cantoral, R. (2020). Socioepistemology in Mathematics Education. En S. Lerman (Ed.), *Encyclopedia of Mathematics Education* (pp. 790-797). Springer.
https://doi.org/10.1007/978-3-030-15789-0_100041

- Cantoral, R., Montiel, G., & Reyes-Gasperini, D. (2015). Análisis del discurso matemático escolar en los libros de texto, una mirada desde la Teoría Socioepistemológica. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 8(1), 9-28. <https://doi.org/10.35763/aiem.v1i8.123>
- Cordero, F. (2011). La modelación y la graficación en la matemática escolar. En L. Rodríguez, R. Quintero, & A. Hernández (Coords.), *Razonamiento matemático. Epistemología de la imaginación (re)pensando el papel de la Epistemología en la Matemática Educativa* (pp. 377-399). Gedisa-Cinvestav.
- Cruz-Márquez, G., & Montiel-Espinosa, G. (2024). Medición indirecta de distancias y los significados de las nociones trigonométricas del profesorado de matemáticas en formación inicial. *Revista Interuniversitaria de Formación del Profesorado. Continuación de la antigua Revista de Escuelas Normales*, 99(38.2), 137-160. <https://doi.org/10.47553/rifop.v99i38.2.99006>
- Denavit, J., & Hartenberg, R. (1955). A kinematic notation for lower pair mechanisms based on matrices. *Journal of Applied Mechanics*, 77(2), 215-221. <https://doi.org/10.1115/1.4011045>
- Faulkner, B., Earl, K., & Herman, G. (2019). Mathematical maturity for engineering students. *International Journal of Research in Undergraduate Mathematics Education*, 5(1), 1-32. <https://doi.org/10.1007/s40753-019-00083-8>
- Geertz, C. (2006). *La interpretación de las culturas* (11.ª ed.). Gedisa. (Original publicado en 1973).
- Golder, H. (1948). Coulomb and earth pressure. *Géotechnique*, 1(1), 66-71. <https://doi.org/10.1680/geot.1948.1.1.66>
- Lesh, R., & Caylor, B. (2007). Introduction to the special issue: Modeling as application versus modeling as a way to create mathematics. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 12(3), 173-194. <https://doi.org/10.1007/s10758-007-9121-3>
- Mendoza-Higuera, J., & Cordero, F. (2018). La modelación en las comunidades de conocimiento matemático. El uso de las matemáticas en ingenieros biónicos. El caso de la estabilidad. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 11(1), 36-61.
- Monk, J. (2012). Creating reality. En C. Bissell, & C. Dillon (Eds.), *Ways of thinking, ways of Seeing. Mathematical and other modelling in Engineering and Technology* (pp. 1-28). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-642-25209-9_1
- Montiel, G. (2011). *Construcción de conocimiento trigonométrico. Un estudio socioepistemológico*. Ediciones Díaz de Santos.

- Montoya-Delgadillo, E., & Cosmes-Aragón, S. E. (2021). La modelización matemática como promotor de conocimiento matemático. Una mirada desde los Espacios de Trabajo Matemático. En C. Guerrero, A. Morales, & E. Ramos (Eds.), *Modelación Matemática: Aportes a la práctica docente desde la Didáctica de la Matemática* (pp. 143-179). Editorial Grao.
- Niss, M., & Hojgaard, T. (Eds.) (2011). *Competencies and mathematical learning: Ideas and inspiration for the development of mathematics teaching and learning in Denmark*. Roskilde University.
- Olivé, L., & Pérez-Tamayo, R. (2011). *Temas de ética y epistemología de la ciencia. Diálogos entre un filósofo y un científico*. Fondo de Cultura Económica.
- Orey, D., & Rosa, M. (2007). A dimensão crítica da modelagem matemática: Ensinando para a eficiência sócio-crítica. *Revista Horizontes*, 25(2), 197-206.
- Pepin, B., Biehler, R., & Gueudet, G. (2021). Mathematics in Engineering Education: A review of the recent literature with a view towards innovative practices. *International Journal of Research in Undergraduate Mathematics Education*, 7(1), 63-188. <https://doi.org/10.1007/s40753-021-00139-8>
- Ríos-Cabrera, P. (2020). *Metodología de la investigación. Un enfoque pedagógico*. Cognitus.
- Rodríguez-Gallegos, R. (2010). Aprendizaje y enseñanza de la modelación: El caso de las ecuaciones diferenciales. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 13(4), 191-210.
- Rotaeché, R., & Montiel, G. (2017). Aprendizaje del concepto escolar de ángulo en estudiantes mexicanos de nivel secundaria. *Educación Matemática*, 29(1), 171-199. <https://doi.org/10.24844/EM2901.07>
- Torres-Corrales, D., & Hinojos, J. (2023). La formación matemática de ingenieros desde la Matemática Educativa. Estado del arte. *Revista Electrónica de Investigación Educativa*, 25, e21, 1-16. <https://doi.org/10.24320/redie.2023.25.e21.4804>
- Torres-Corrales, D., & Montiel, G. (2019). Characterization of uses of trigonometric notions in Mechatronics Engineering from Mathematics Education. *ECORFAN Journal Spain*, 6(10), 9-21. <https://doi.org/10.35429/EJS.2019.10.6.9.21>
- Torres-Corrales, D., & Montiel, G. (2020). La desarticulación matemática en Ingeniería. Una alternativa para su estudio y atención, desde la Matemática Educativa. *Nóesis. Revista de Ciencias Sociales y Humanidades*, 29(58-1), 24-55. <http://dx.doi.org/10.20983/noesis.2020.3.2>

Torres-Corrales, D., & Montiel-Espinosa, G. (2022). Características matemáticas y contextuales de la Trigonometría en el repaso para Robótica en Ingeniería Mecatrónica. *Revista Innovación Educativa*, 22(90), 82-103.

Torres-Corrales, D., López-Acosta, L., & Montiel, G. (2020). Experiencias formativas de investigadores en el desarrollo de proyectos doctorales de Matemática Educativa. En B. Sánchez-Luján, & R. Hinojosa-Luján (Coords.), *Trazas de la investigación educativa en la experiencia de sus Quijotes: Reflexiones y aportes* (pp. 103-119). Red de Investigadores Educativos Chihuahua.

Villa-Ochoa, J. (2016). Aspectos de la Modelación Matemática en el aula de clase. El análisis de modelos como ejemplo. En J. Arrieta, & L. Díaz (Coords.), *Investigaciones latinoamericanas en modelación en matemática educativa* (pp. 109-138). Gedisa.

Cómo citar este artículo:

Torres-Corrales, D., & Montiel-Espinosa, G. (2024). Modelación Matemática desde el quehacer del ingeniero en formación. *Revista Venezolana de Investigación en Educación Matemática (REVIEM)*, 4(3), e202409. <https://doi.org/10.54541/reviem.v4i3.106>



Copyright © 2024. Diana del Carmen Torres-Corrales, Gisela Montiel-Espinosa. Esta obra está protegida por una licencia [Creative Commons 4.0. International \(CC BY 4.0\)](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).

Usted es libre para Compartir —copiar y redistribuir el material en cualquier medio o formato— y Adaptar el documento —remezclar, transformar y crear a partir del material— para cualquier propósito, incluso para fines comerciales, siempre que cumpla la condición de:

Atribución: Usted debe dar crédito a la obra original de manera adecuada, proporcionar un enlace a la licencia, e indicar si se han realizado cambios. Puede hacerlo en cualquier forma razonable, pero no de forma tal que sugiera que tiene el apoyo del licenciante o lo recibe por el uso que hace de la obra.

[*Resumen de licencia - Texto completo de la licencia*](#)